

文章编号:1674-2974(2016)03-0041-07

## 单层倒悬链型叉筒网壳静力与稳定性研究\*

贺拥军<sup>1†</sup>, 钟欣<sup>1</sup>, 周绪红<sup>2</sup>

(1. 湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082; 2. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400044)

**摘要:**针对以倒悬链线作为交叉柱面准线的单层倒悬链型叉筒网壳, 对其常见网格形式结构的静力与稳定性进行比较, 得到了结构最佳网格形式. 在此基础上, 将单层倒悬链型叉筒网壳与圆弧型叉筒网壳进行了静力性能与稳定承载力对比, 研究了倒悬链型叉筒网壳的稳定性, 包括屈曲模态及杆件截面尺寸、结构几何缺陷、荷载不对称分布与支座约束形式等对结构极限承载力的影响. 结果表明, 单层倒悬链型叉筒网壳三角形网格形式结构性能最佳; 该结构相比圆弧型叉筒网壳具有明显的优越性; 初始缺陷对结构稳定性影响较为显著, 计算时应考虑 1/300 跨度的初始缺陷峰值; 结构对不对称荷载作用较为敏感; 矢跨比为 0.50 时, 网壳的稳定性最好, 为最优矢跨比.

**关键词:**单层倒悬链型叉筒网壳; 静力性能; 稳定性; 极限荷载

**中图分类号:** TU356

**文献标识码:** A

## Research on Static Properties and Stability of Single-layer Intersected Inverted Catenary Cylindrical Reticulated Shell

HE Yong-jun<sup>1†</sup>, ZHONG Xin<sup>1</sup>, ZHOU Xu-hong<sup>2</sup>

(1. College of Civil Engineering, Hunan Univ, Changsha, Hunan 410082, China;

2. College of Civil Engineering, Chongqing Univ, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** For the single-layer intersected inverted catenary cylindrical reticulated shell, the static properties and stability of the structures with different types of grid were studied and compared, and then the optimal grid form was obtained. The static properties and stability of the single layer intersected inverted catenary cylindrical reticulated shell were compared with those of the intersected circular cylindrical reticulated shell. Moreover, the stability of the former was studied comprehensively, including the buckling modes and the effect of various parameters such as the member sectional area, initial geometric imperfection, asymmetric load distribution, and support conditions on the ultimate load-carrying capacity. The results show that the structural performance of the single-layer intersected inverted catenary cylindrical reticulated shell with triangular grids is markedly superior to the circular one. Because, this kind of reticulated shell is sensitive to initial geometric imperfection, 1/300 of the structural span should be considered as the initial geometric imperfection value in the calculation of the ultimate load-carrying capacity. Additionally, the reticulated shell is also quite sensitive to the asymmetric load distribution, and the optimal value of

\* 收稿日期: 2015-03-09

基金项目: 教育部博士学科点专项科研基金资助项目(0161110019); 湖南省高校科技创新团队资助计划项目(湘财教指(2012)80号)

作者简介: 贺拥军(1970-), 男, 湖南宁乡人, 湖南大学教授, 博士

† 通讯联系人, E-mail: hyj0087@163.com

rise-span ratio is 0.50 for shell stability.

**Key words:** single-layer intersected inverted catenary cylindrical reticulated shell; static property; stability; ultimate load

叉筒网壳是运用曲面交叉的方式创造出的一种造型新颖的网壳结构形式,一般它利用简单的圆柱面按一定的交贯方法组合而成.近年来学者们在单层叉筒网壳的稳定性研究方面取得了丰硕成果<sup>[1-4]</sup>,但其研究的叉筒网壳的组成单元均是圆柱面网壳(以圆弧拱为准线),而对以其他拱准线形式柱面网壳单元所组成的叉筒网壳研究甚少.且上述文献均以正四边形单层圆弧形叉筒网壳作为研究对象,已不能满足现代网壳建设的多样性要求,因此研究更大跨度下其他合理拱准线形式的单层叉筒网壳显得十分必要.悬链线拱在恒荷载作用下,拱截面只承受轴力而无弯矩,截面应力均匀,能够充分利用钢材的抗压性能<sup>[5]</sup>.依据悬链线拱的这种受力性能,本文将单层倒悬链型柱面网壳的特性与单层叉筒网壳有机地结合起来,如图1所示,3个相同的倒悬链柱面 $60^\circ$ 交贯,便形成了单层倒悬链型叉筒网壳结构.

本文针对此种单层倒悬链型叉筒网壳,先分析比较4种不同网格形式的单层倒悬链型叉筒网壳的静力与稳定性,继而确定了一种最优的网格布置形式;然后与单层圆弧形叉筒网壳作对比分析;最后采用参数化分析,较为全面系统地研究了单层倒悬链型叉筒网壳的静力稳定性,包括矢跨比、杆件截面尺寸、初始几何缺陷、荷载不对称分布及支座约束形式等参数对结构极限荷载的影响,以期为该结构形式的工程应用提供理论指导与参考依据.

## 1 计算模型及分析方案

3个相同的圆柱面 $60^\circ$ 交贯形成的叉筒曲面可覆盖一个正六边形平面,如果每个圆柱面主体采用单层网壳结构,就形成了正六边形圆弧形单层叉筒网壳.根据单层倒悬链型柱面网壳的受力特性,本文以倒悬链型柱面网壳单元替换传统的圆柱面网壳单元,就形成了以倒悬链柱面网壳为单元的单层倒悬链型叉筒网壳.倒悬链型柱面网壳单元的计算模型参考文献<sup>[5]</sup>,本文利用通用有限元软件 ANSYS,仅考虑结构几何非线性的影响,进行网壳结构承载力的全过程跟踪分析.分析中结构杆件均采用

BEAM189 梁元,网壳节点假定为刚接.

根据常见圆柱面网壳单元杆件的布置方式,本文针对单层倒悬链型叉筒网壳选取了4种网格形式:正放四方网格、斜放四方网格、单斜杆网格以及三角形网格,如图1所示.其中图1(d)中标注的 $h$ 为结构的矢高, $l$ 为结构组成单元的跨度,单位均为m,本文的矢跨比 $f$ 定义为 $f=h/l$ ;图1(e)为三角形网格俯瞰图,图中 $L$ 为整个结构的跨度,单位为m.

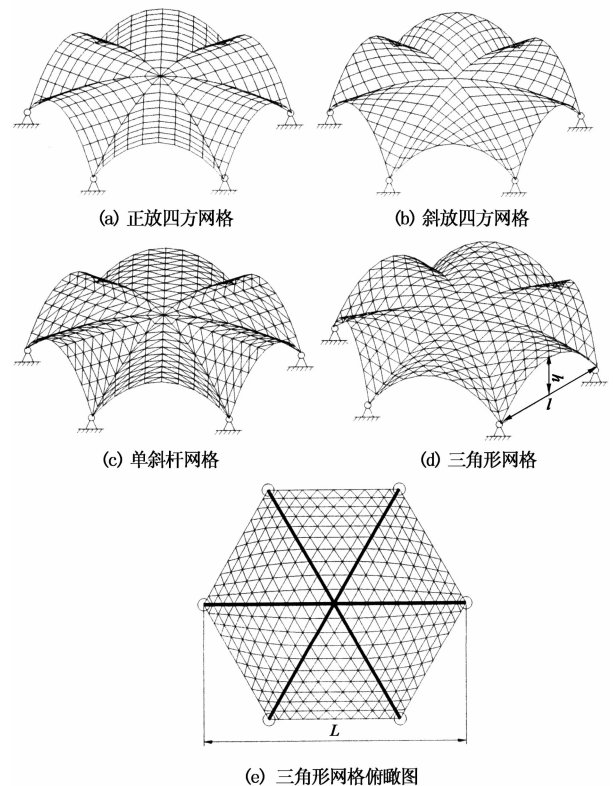


图1 单层倒悬链型叉筒网壳常见网格类型  
Fig.1 Common categories of single layer intersected inverted catenary cylindrical reticulated shell

## 2 单层倒悬链型叉筒网壳最优网格形式的选择

在本节分析中,取跨度为40m的单层倒悬链型叉筒网壳,谷线拱杆件规格取 $\Phi 273 \times 10$ ,其余杆件规格取 $\Phi 108 \times 5$ ,网壳矢高5m,矢跨比 $h/l =$

0.25,各交叉谷线两端均三向固定铰支.对图1中4种网格形式分别进行静力与稳定性分析,荷载取 $2\text{ kN/m}^2$ 的竖向均布荷载,等效为每个节点竖向 $18\text{ kN}$ .静力与稳定性分析结果分别见表1和表2.

表1 不同网格形式结构静力性能指标对比  
Tab.1 Comparison of static behaviour indices of the structure with different grid forms

网格形式	杆件最大轴力 /kN	杆件最大弯矩 /(kN·m)	最大支座水平反力 /kN	最大节点挠度 /mm
正放四方网格	451.9	6.62	487.8	97.9
斜放四方网格	302.3	8.59	369.9	211.8
三角形网格	334.3	0.77	372.3	11.1
单斜杆网格	425.8	1.25	477.9	37.7

表2 不同网格形式结构极限分析对照  
Tab.2 Comparison of limit analysis of the structure with different grid forms

网格形式	极限承载力 $P_{cor}/\text{kN}$	用钢量 $T/\text{t}$	$P_i$ ( $P_{cor}/T$ )	$D$
正放四方网格	56.9	17.40	3.27	0.714 0
斜放四方网格	60.5	15.83	3.82	0.593 0
三角形网格	195.1	19.31	10.11	1.241 0
单斜杆网格	71.2	21.88	3.25	0.602 8

由表1可以看出,在相同节点荷载的作用下,三角形网格的杆件最大轴力、最大弯矩,最大支座水平反力及最大节点挠度相比于正放四方网格和单斜杆网格都有降低.并以杆件最大弯矩和节点挠度的降低幅度最为明显.另外,正放四方网格和斜放四方网格的杆件最大弯矩分别达到了 $6.62\text{ kN}\cdot\text{m}$ 和 $8.59\text{ kN}\cdot\text{m}$ ,相应的杆件弯曲应力已经相当可观.相较之下,三角形网格的杆件最大弯矩仅为 $0.77\text{ kN}\cdot\text{m}$ ,弯曲应力很小,杆件内力以轴力为主;从节点挠度角度来看,三角形网格的最大节点挠度仅为 $11.1\text{ mm}$ ,明显低于其他3种网格布置形式.

因不同网格形式下结构用钢量不一致,为了更深入对比分析4种网格形式的优劣,下面从结构稳定性的角度,并考虑用钢量的因素,引入2个与结构极限承载力有关的参数 $P_i$ 和 $D$ .其中 $P_i$ 为极限承载力与用钢量的比值,即 $P_i = P_{cor}/T$ ,该值反映了结构的材料利用情况; $D$ 值为文献[3]中所提出的极限荷载下的杆件轴向应力比的平均值,计算公式为:

$$D = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [|T_i|/A_i f].$$

式中: $T_i$ , $A_i$ , $f$ 分别为极限荷载下的杆件轴力、截面积以及其强度设计值; $m$ 为结构内部杆件数量.该

$D$ 值反映了整个结构杆件材料用量的利用率.

由表2可以看出,三角形网格的稳定性明显优于其他3种网格形式.其 $P_i$ 值最大,达到了10.11,远高于其他3种网格形式.另外,极限状态下,其他3种网格形式的平均应力比均小于1,说明杆件材料的利用率没有充分发挥出来.当结构采用三角形网格形式时,杆件平均应力比达到1.241 0,杆件材料利用充分,此时结构设计是由强度条件所决定,单位用钢量下结构的极限承载力最高.

通过比较,三角形网格形式的单层倒悬链型叉筒网壳在静力和稳定性方面性能最优,杆件内力基本为轴力,弯矩较小,极限承载力最高,并且充分发挥了杆件材料的利用率,单位用钢量下结构的极限承载力最高.本文以下的深入分析均采用三角形网格形式.

### 3 单层倒悬链型叉筒网壳与圆弧型叉筒网壳性能比较

#### 3.1 静力性能

选取结构跨度为 $40\text{ m}$ ,谷线拱杆件规格取 $\Phi 273 \times 10$ ,其余杆件规格取 $\Phi 108 \times 5$ ,矢跨比分别为 $0.50, 0.45, 0.40, 0.35, 0.30$ .网壳结构各交叉谷线两端均三向固定铰支,荷载与第2节一致.对单层倒悬链型叉筒网壳进行静力计算,并与圆弧型叉筒网壳作对比,各项静力性能指标对比和静力性能指标降低率的计算结果分别见表3和图2,其中,图2中的静力性能指标降低率=(圆弧型静力性能指标-倒悬链型静力性能指标)/圆弧型静力性能指标.

表3 静力性能指标对比  
Tab.3 Comparison of static behaviour indices

单元组成形式	静力性能指标	矢跨比 $f$				
		0.50	0.45	0.40	0.35	0.30
倒悬链型	杆件最大轴力/kN	202	215	233	288	293
		343	341	318	314	330
倒悬链型	最大节点挠度/mm	7.91	8.33	8.79	9.34	9.63
		34.90	24.90	17.80	9.83	11.20
倒悬链型	最大支座水平反力/kN	141.9	185.9	214.6	284.1	302.1
		320.6	316.5	296.9	290.7	310.7

从表3可以看出,在相同的节点竖向荷载作用下,不同矢跨比下的2种单层叉筒网壳结构的各项静力性能指标随矢跨比的变化均呈现出一定的规律,但两者的变化规律各有不同.单层倒悬链型叉筒

网壳结构的各项静力性能指标均随着矢跨比的减小而增大,而圆弧形叉筒网壳结构的各项静力性能指标随着矢跨比的减小,以矢跨比  $f=0.35$  为临界,呈现出先减小再增大的规律。

根据表3计算出了不同矢跨比下单层倒悬链型叉筒网壳相比于圆弧形叉筒网壳各项静力性能指标的降低率,如图2所示。

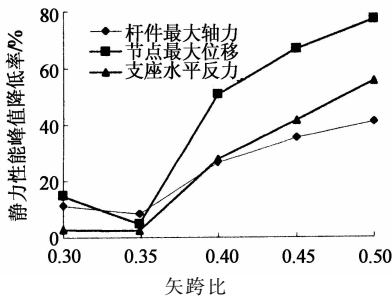


图2 静力性能指标降低率

Fig. 2 Reduction rate of static behaviour indices

从图2可以看出,单层倒悬链型叉筒网壳的杆件最大轴力、最大节点挠度以及最大支座水平反力相比于圆弧形叉筒网壳均得到了一定程度的降低。各项静力性能指标的降低率随着矢跨比的增大,先缓慢增大,在矢跨比达到0.35时,降低率开始下降,并达到最低,然后在矢跨比增大至0.40时,迅速上升,在0.50时达到最大。

通过以上比较可以看出,当矢跨比小于0.35时,单层倒悬链型叉筒网壳结构相比于圆弧形叉筒网壳结构在降低结构的各项静力性能指标方面,有一定优越性,但降低效果不太显著;当矢跨比达到0.35时,2种单层叉筒网壳的静力性能指标最为接近;当矢跨比大于0.35时,单层倒悬链型叉筒网壳在降低结构各项静力性能指标方面表现出了明显的优越性。

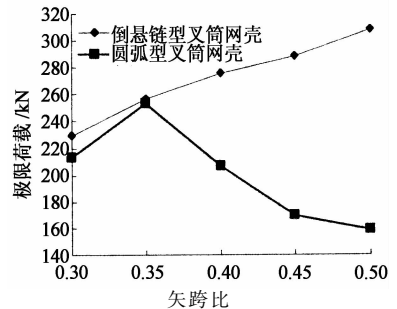
### 3.2 稳定承载力

由3.1节的对比分析可知,在不同矢跨比下,单层倒悬链型叉筒网壳相比于圆弧形叉筒网壳可以有效地改善结构的静力性能。本节将针对两种单层叉筒网壳的极限稳定承载力进行对比分析。

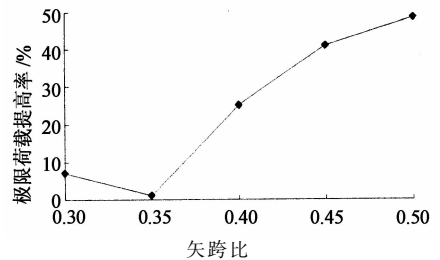
取矢跨比分别为0.50,0.45,0.40,0.35,0.30,对比计算结果如图3所示,其中,图3(b)中的极限荷载提高率=(倒悬链型极限荷载-圆弧形极限荷载)/倒悬链型极限荷载。

从图3(a)可以看出,2种单层叉筒网壳结构极限荷载随着矢跨比变化的分布规律有明显区别,单

层倒悬链型叉筒网壳的结构极限荷载随着矢跨比的增大而提高,圆弧形叉筒网壳的结构极限荷载则是在矢跨比从0.30增大至0.35的过程中,迅速增大,在矢跨比为0.35时达到峰值,当矢跨比从0.35增大到0.50的过程中,其极限荷载迅速降低。



(a) 矢跨比对极限荷载的影响



(b) 矢跨比对极限荷载提高率的影响

图3 稳定承载力对比

Fig. 3 Comparison of stability bearing capacity

从图3(b)可以看出,随着矢跨比的增大,单层倒悬链型叉筒网壳相比于圆弧形叉筒网壳的稳定极限荷载有不同程度的提高。当矢跨比从0.30增加到0.35时,结构的极限荷载提高率随着矢跨比的增大迅速地降低,在矢跨比达到0.35时,结构的极限荷载提高率降低至1.29%,随后,在矢跨比由0.35增大到0.50的过程中,极限荷载的提高率随着矢跨比的增大迅速地增加。在矢跨比为0.50时,达到48.48%。

下面给出2种单层叉筒网壳结构在矢跨比为0.50时的荷载-位移曲线,如图4所示。

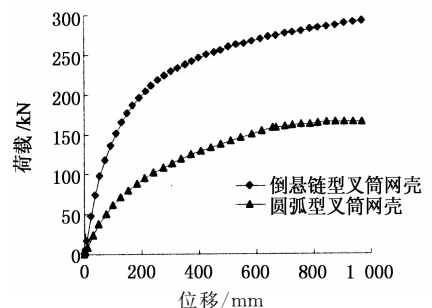


图4 荷载-位移全过程曲线对比

Fig. 4 Comparison of complete load-deflection curve

从图4中可以看出,相同矢跨比下,单层倒悬链型叉筒网壳相比于圆弧形叉筒网壳,有效地提高了结构的极限荷载,在相同的节点位移下,单层倒悬链型叉筒网壳具有更高的承载力,整体刚度更高,结构稳定性更好。

综合分析图3和图4可以得出,单层倒悬链型叉筒网壳相比于圆弧形叉筒网壳,有效地提高了结构稳定承载力,在矢跨比等于0.50时,提高效果最为显著。

综上所述,在不同矢跨比下,单层悬链型叉筒网壳相比于圆弧形叉筒网壳,其结构性能更为优越。另外,值得注意的是,对于圆弧形叉筒网壳,在其矢跨比为0.35处性能有突变,这是因为在矢跨比达到0.35时,单层圆弧形叉筒网壳的拱准线曲线形状与倒悬链型叉筒网壳的最为接近,拱截面主要承受轴力,弯矩较小,截面应力均匀,能充分利用钢材料的抗压性能,结构整体刚度达到最大,性能最优。当矢跨比超过0.35后,随着结构整体形状的改变,圆弧形叉筒网壳的拱截面弯矩增大,截面应力不均匀,结构整体刚度降低,从而使得结构静力与稳定性能降低。

## 4 单层倒悬链型叉筒网壳稳定性分析

### 4.1 屈曲模式

通过大量参数分析计算发现,单层倒悬链型叉筒网壳在极限荷载作用下发生失稳时,可能出现如下屈曲模式,如图5所示。

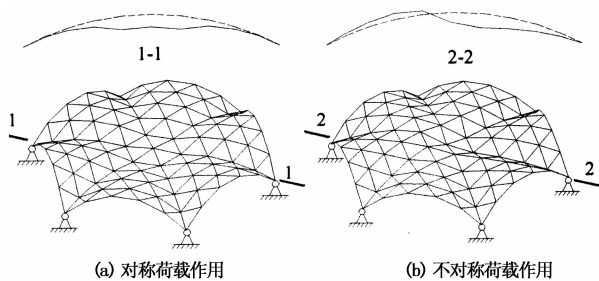


图5 屈曲模式  
Fig. 5 Buckling modes

由图5可知:

1)在对称荷载作用下,单层倒悬链型叉筒网壳中部形成大面积凹陷,谷线部分下凹最为明显,呈现出3个向上凸起的半波形式,如图5(a)所示。

2)在不对称荷载作用下,单层倒悬链型叉筒网壳的屈曲模式表现为荷载作用一侧向下凹陷,另一侧则向外突出隆起,如图5(b)所示。

由此可见,单层倒悬链型叉筒网壳的失稳一般先出现在结构的中部区域,且在谷线处变形最为明显,为其结构失稳最为薄弱的环节。

### 4.2 杆件截面尺寸对极限荷载的影响

取结构矢跨比为0.40,对5种不同杆件截面的单层倒悬链型叉筒网壳进行极限荷载分析,得到极限荷载随杆件截面变化的关系曲线,如图6所示,图6中以等效刚度 $\sqrt{BD}$ 来反映网壳杆件截面的大小,其中 $B$ 和 $D$ 分别为等效薄膜刚度与等效抗弯刚度,具体计算方法见文献[6]。表4为不同杆件截面尺寸及对应等效刚度。

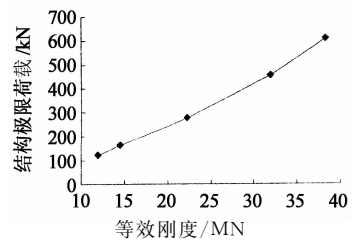


图6 结构极限荷载与杆件截面关系  
Fig. 6 Relationship between ultimate loads and member section

表4 不同杆件截面尺寸及对应等效刚度  
Tab. 4 Different member sectional dimension and corresponding

谷线杆件	$\Phi 194 \times 10$	$\Phi 219 \times 10$	$\Phi 273 \times 10$	$\Phi 325 \times 10$	$\Phi 355 \times 10$
其余杆件	$\Phi 83 \times 5$	$\Phi 95 \times 5$	$\Phi 108 \times 5$	$\Phi 127 \times 5$	$\Phi 140 \times 5$
等效刚度/MN	11.06	14.57	22.33	31.98	38.41

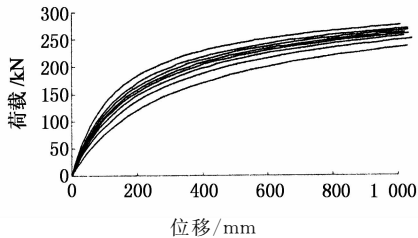
由图6可知,单层倒悬链型叉筒网壳随着杆件截面面积的增大,刚度的提高,其极限荷载随截面刚度 $\sqrt{BD}$ 的变化具有一定规律性,大致呈线性增长关系。

### 4.3 初始几何缺陷对极限荷载的影响

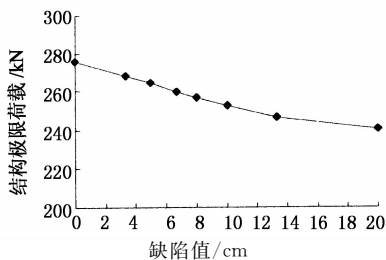
初始缺陷的存在往往会令此种屈曲模式发生一定程度的改变,从而降低整个结构的稳定性<sup>[7-8]</sup>。根据文献[6]中规定,当初始几何缺陷按最低阶屈曲模式分布时,求得的稳定性承载力是可能的最不利值。因此,网壳屈曲模式应与其相应的特征值最低阶屈曲模式相一致。

因篇幅限制,本节仅选取矢跨比为0.40的单层

倒悬链型叉筒网壳作为分析对象. 图 7 为不同初始缺陷下的全过程曲线及极限荷载变化曲线. 图 7(a) 中曲线自上至下依次为:  $r=0, L/1200(3.33 \text{ cm}), L/800(5 \text{ cm}), L/600(6.67 \text{ cm}), L/500(8 \text{ cm}), L/400(10 \text{ cm}), L/300(13.33 \text{ cm}), L/200(20 \text{ cm})$



(a) 不同初始缺陷下的全过程曲线



(b) 结构极限荷载随缺陷值变化曲线

图 7 不同初始缺陷下的全过程曲线及极限荷载变化曲线

Fig. 7 Complete load-deflection curve and ultimate load curve of shells with different initial imperfections

由图 7 可以看出, 当结构的初始几何缺陷从 0 增加到  $L/300$  的过程中, 结构的极限荷载随着初始几何缺陷的增大而降低, 其变化趋势大致呈线性减小. 当初始几何缺陷超过  $L/300$  后, 结构的极限荷载随着缺陷的增大变幅不大, 曲线斜率明显降低, 趋于平缓.

根据以上分析可知, 初始缺陷值在 0 到  $L/300$  的范围内, 对结构极限荷载的影响较为显著. 计算时应考虑  $1/300$  跨度的初始缺陷峰值.

#### 4.4 荷载不对称分布对极限荷载的影响

不对称荷载通常是不利的荷载分布, 为了研究其对结构极限荷载的影响, 本节针对矢跨比为 0.40 的单层倒悬链型叉筒网壳, 按 5 种不同竖向荷载比例 ( $p/g=0, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00$ ) 的不对称分布形式来进行极限分析. 其中  $g$  为恒载满跨均布大小,  $p$  为活载半跨均布大小. 图 8 给出了不同比例不对称荷载作用下结构极限荷载的变化情况.

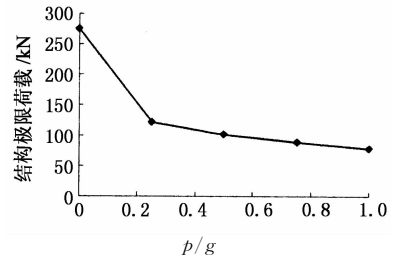


图 8 极限荷载随不同比例不对称荷载变化曲线  
Fig. 8 Curves of ultimate loads under unsymmetrical load distribution

由图 8 可知, 在开始不对称荷载比例较小 ( $p/g=0.25$ ) 时, 单层倒悬链型叉筒网壳的结构极限荷载随着不对称荷载比例的增大急速下降, 从 275.6 kN 迅速减小到了 120.9 kN, 降低率达到了 56.1%. 当不对称荷载比例超过 0.25 后, 极限荷载变化不大.

由此可见, 在竖向荷载的作用下, 单层倒悬链型叉筒网壳对不对称荷载作用尤为敏感.

#### 4.5 支座约束形式对极限荷载的影响

对于单层倒悬链型叉筒网壳, 其约束仅为网壳结构各交叉谷线两端角点支撑. 由于约束较少, 约束形式对网壳的极限荷载会有一定影响. 表 5 给出了不同矢跨比下, 不同支座约束形式对极限荷载的影响. 其中极限荷载提高率 = (固定刚支极限荷载 - 固定铰支极限荷载) / 固定刚支极限荷载.

表 5 不同支座约束下结构的极限荷载及提高率  
Tab. 5 The ultimate loads and improving rate of the shell in different support constrained forms

支座约束形式及提高率	矢跨比 $f$		
	0.40	0.45	0.50
固定铰支极限荷载/kN	275.7	288.1	314.2
固定刚支极限荷载/kN	321.3	345.9	386.1
极限荷载提高率/%	14.21	16.74	18.59

从表 5 可以看出, 在不同矢跨比下, 对于单层倒悬链型叉筒网壳, 其支座约束形式采用固定刚支能够在一定程度上提高结构的极限荷载, 并随着矢跨比的提高, 其对于结构极限荷载的提高率也在增大. 在矢跨比为 0.50 时, 其提高率达到了 18.59%.

由此可知, 在矢跨比为 0.40~0.50 时, 对于谷线六角点支承的单层倒悬链型叉筒网壳, 其支座的约束形式宜采用刚接支座.

## 5 结 论

本文主要得出以下结论:

1) 单层倒悬链型叉筒网壳的4种网格形式中,三角形网格形式结构性能最佳。

2) 单层倒悬链型叉筒网壳相比于圆弧型叉筒网壳具有明显的优越性。

3) 初始缺陷值在0到 $L/300$ 的范围内,对结构极限荷载的影响较为显著。计算时应考虑 $L/300$ 跨度的初始缺陷峰值。

4) 单层倒悬链型叉筒网壳对不对称荷载作用尤为敏感。

5) 矢跨比为0.50时,单层倒悬链叉筒网壳的稳定性最好,为最优矢跨比。

## 参考文献

- [1] 沈世钊,陈昕,张峰. 单层柱面网壳的稳定性[J]. 空间结构, 1998,4(2):17-28.  
SHEN Shi-zhao, CHEN Xin, ZHANG feng. Stability of single-layer lattice vaults[J]. Spatial Structures, 1998,4(2):17-28. (In Chinese)
- [2] 顾磊,董石麟. 叉筒网壳结构的网格形式与受力特性[J]. 空间结构, 2006,12(1):24-32.  
GU Lei, DONG Shi-lin. Structural form and behavior of single-layer latticed intersected cylindrical shell [J]. Spatial Structures, 2006,12(1):24-32. (In Chinese)
- [3] 贺拥军,周绪红,董石麟. 单层叉筒网壳静力与稳定性研究[J]. 湖南大学学报:自然科学版, 2004,31(4):45-50.

HE Yong-jun, ZHOU Xu-hong, DONG Shi-lin. Research on static and stability properties of single layer latticed intersected cylindrical shell[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2004,31(4):45-50. (In Chinese)

- [4] 顾磊,董石麟. 叉筒网壳的建筑造型、结构形式与支承方式[J]. 空间结构, 1999,5(3):3-11.  
GU Lei, DONG Shi-lin. Architectural shapes, structural forms of latticed groined barrel vault and its support methods[J]. Spatial Structures, 1999,5(3):3-11. (In Chinese)
- [5] 刘旦. 单层倒悬链型柱面网壳非线性稳定研究[D]. 长沙:湖南大学土木工程学院, 2012.  
LIU Dan. Nonlinear buckling of inverted catenary single-layer cylindrical reticulated shells[D]. Changsha: College of Civil Engineering, Hunan University, 2012. (In Chinese)
- [6] JGJ7-2010 空间网格结构技术规程[S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2010:74-75.  
JGJ7-2010 Technical specification for latticed[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2010:74-75. (In Chinese)
- [7] 董石麟,邢栋,赵阳. 现代大跨空间结构在中国的应用与发展[J]. 空间结构, 2012,18(1):3-16.  
DONG Shi-lin, XING Dong, ZHAO Yang. Application and development of modern long-span space structures in China[J]. Spatial Structures, 2012,18(1):3-16. (In Chinese)
- [8] 张峰,沈世钊. 长跨比对单层柱面网壳稳定性的影响[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 1998,31(5):26-33.  
ZHANG Feng, SHEN Shi-zhao. The effect of length-span ratio to the stability of single-layer lattice vaults[J]. Journal of Harbin University of Civil Engineering and Architecture, 1998,31(5):26-33. (In Chinese)