

## 谐波柔轮力学分析与疲劳寿命研究<sup>\*</sup>

叶南海,邓鑫<sup>†</sup>,何韵,孙昱晗

(湖南大学 汽车车身先进设计制造国家重点实验室,湖南 长沙 410082)

**摘要:**为了完善谐波齿轮刚-柔轮系统装配与啮合过程中的力学响应及柔轮疲劳寿命研究,提出了一种基于刚柔耦合与瞬态动力学分析理论的刚-柔轮系统装配与啮合分析方法,得到了更加准确与合理的谐波柔轮装配及啮合过程中柔轮的应力分布和疲劳失效位置;柔轮结构和材料参数变化对其疲劳寿命的灵敏度研究,指出了柔轮疲劳设计的关键参数,并进一步指出了柔轮的疲劳寿命尺寸效应具有敏感区间,据此建立了柔轮的疲劳寿命模型.结果表明,谐波齿轮刚-柔轮系统的力学与疲劳寿命分析不能忽略装配与啮合过程的影响;柔轮的设计应该规避疲劳寿命尺寸效应的敏感区间,以提高谐波齿轮的使用寿命.

**关键词:**谐波齿轮;瞬态动力学;刚柔耦合;灵敏度分析;疲劳寿命

**中图分类号:**TH132.43

**文献标志码:**A

## Study on Mechanical Analysis and Fatigue Life of Harmonic Flexspline

YE Nanhai, DENG Xin<sup>†</sup>, HE Yun, SUN Yuhan

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** In order to improve the mechanical response and fatigue life of the flexible spline (FS) during the assembly and meshing of the rigid-flexible wheel gear of the harmonic drive, an assembly and meshing analysis method of rigid-flexible gear system based on rigid-flexible coupling and transient dynamic analysis theory was proposed. Stress distribution and fatigue failure position of FS were obtained more accurately and reasonably. The sensitivity of the structure parameters of FS and material property to its fatigue life indicates that the key parameters of the fatigue design of FS, and the fatigue life size effect of FS which has sensitive range, are also noted. In addition, the fatigue life model of FS was established. The results show that the mechanical and fatigue life analysis of the rigid-flexible gear system of the harmonic drive cannot ignore the influence of the assembly and meshing process. The design of flexible wheel should avoid the sensitive range of fatigue life size effect to improve the service life of harmonic drive.

**Key words:** harmonic drive; transient dynamic; rigid-flexible coupling; sensitivity analysis; fatigue life

谐波齿轮是在薄壳弹性变形理论上发展起来的一种传动装置,其结构主要包含刚轮(CS)、柔

轮(FS)和波发生器(WG)三个部件(以下简称刚-柔轮系统).相比传统减速器,谐波齿轮具有体积小,传

<sup>\*</sup> 收稿日期:2017-03-31

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51375154),National Natural Science Foundation of China(51375154)

作者简介:叶南海(1966-),男,湖南常德人,湖南大学副教授,博士

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: rafedeng@163.com

动比大,承载高,传动效率高等诸多优点,因而被广泛用于航天航空、军工装备、医疗器械、工业机器人等高新技术领域.目前,约 90% 的谐波齿轮应用在机器人工业和精密定位系统中,已成为现代工业重要的基础部件.

近年来,有限元分析方法被广泛用于谐波齿轮的研究<sup>[1-2]</sup>,León 等人<sup>[3]</sup>通过有限元的方法研究了齿形几何结构对谐波齿轮性能的影响,Routh 等人<sup>[4]</sup>也通过有限元方法研究了谐波齿轮柔轮筒体长度对其强度以及传递误差的影响.为了提高计算速度,柔轮 1/4 模型的分析方法也用于谐波齿轮柔轮强度及疲劳寿命等方面的研究<sup>[5-6]</sup>.但当前国内外对谐波齿轮的数值研究分析多采用静态方法,忽略了柔轮在工作环境下的啮合运动特性以及柔轮与波发生器装配时产生的变形残余应力<sup>[7-8]</sup>,边界条件的严重简化也降低了分析结果的准确性.

本文提出了一种刚-柔轮系统装配分析方法,以研究柔轮在装配完成后装配应力的分布情况;在装配预应力的基础上,研究了刚柔轮啮合过程中柔轮的应力分布和疲劳失效位置;此外,研究了柔轮结构的几何参数和重要材料参数对其疲劳寿命影响的灵敏度,并根据研究结果指出了柔轮疲劳设计的主要设计参数;最后,通过拟合的方法建立了柔轮的疲劳寿命模型.

## 1 谐波齿轮柔轮受力研究

谐波齿轮工作原理如图 1 所示<sup>[9]</sup>.具有柔性轴承的凸轮波发生器为主动,柔轮从动,刚轮被固定.当波发生器装入柔轮后,迫使圆形原始剖面的柔轮变形,长轴两端的齿与刚轮齿完全啮合,而在其短轴处则完全脱开,处于长轴和短轴轮廓之间不同区段内的齿有的啮入有的啮出.当波发生器沿着箭头方向连续转动时,波发生器迫使柔轮变形不断变换,柔轮的齿相继由啮合转变为啮出,由啮出转向脱开,由脱开转向啮入,由啮入转向啮合.从而实现柔轮相对于刚轮沿着波发生器相反的方向旋转.

若不考虑柔轮的装配和啮合状况,图 2 所示为柔轮弹性齿圈微元段受力示意图<sup>[10]</sup>.其中, $u$ 、 $w$  分别定义为齿圈微元段的切向和径向位移; $N_{11}$ 、 $Q_{13}$ 、 $M_{11}$  分别表征内齿圈微元段截面所受的轴向力、剪切力和弯矩; $F_t$ 、 $F_r$  分别为负载造成的微元段切向和径向受力.

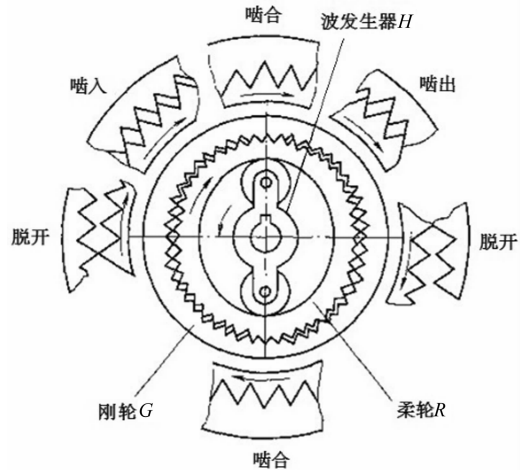


图 1 谐波齿轮传动示意图

Fig. 1 The schematic of harmonic transmission

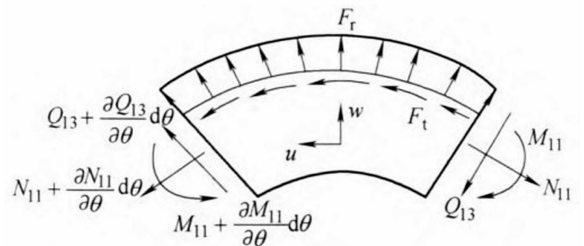


图 2 柔轮齿圈微元段受力示意图

Fig. 2 The schematic of the force in the micro-section of FS

结合图 2,列出柔轮齿圈微元段受力平衡方程

$$\rho r \ddot{u} d\theta - \frac{\partial Q_{13}}{\partial \theta} d\theta - Q_{13} d\theta - F_t r d\theta = 0 \quad (1)$$

$$\rho r \ddot{w} d\theta - \frac{\partial Q_{13}}{\partial \theta} d\theta + N_{11} d\theta - F_r r d\theta = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial M_{11}}{r \partial \theta} = Q_{13}, M_{11} = \frac{EJ}{1 - \mu^2} \left( \frac{\partial u}{r^2 \partial \theta} - \frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \theta^2} \right) = 0 \quad (3)$$

式中: $\rho$  为柔轮齿圈线密度; $r$  为柔轮齿圈中性层半径; $E$  为材料弹性模量; $\mu$  为材料泊松比; $J$  为齿圈截面系数.

设定柔轮齿圈的中性面不可延伸,故有

$$\frac{\partial u}{\partial \theta} + w = 0 \quad (4)$$

综合式(1)~(4),可得柔轮齿圈运动微分方程

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - Bu \left( \frac{\partial^6}{\partial \theta^6} + 2 \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) = F_t + \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \quad (5)$$

$$A = \rho \left( 1 - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right), B = \frac{EJ}{r^4 (1 - \mu^2)}$$

实际工作状况下柔轮的变形和应力主要来自装配和啮合过程.装配过程中,波发生器强迫柔轮的弹

性筒壁截面轮廓由圆形曲线变形为余弦曲线形状。啮合过程中,柔轮的变形位置随着波发生器的转动发生周期性变化,并且柔轮和刚轮齿间存在大量的非线性接触,这些接触在接触区域、方向、接触刚度、摩擦行为等方面也时刻发生着变化,这使得谐波齿轮的工作过程变得极为复杂,相关方面的研究工作也变得相当困难。若将柔轮因装配和啮合过程造成的应力变化简化为线形的,则可将式(5)中的  $F_r$ 、 $F_t$  加以修正,得到新的运动微分方程式(6)。若考虑装配过程和啮合过程中应力应变的非线性变化,则柔轮的受力方式将变得异常复杂,本文在此不作深入讨论。

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - Bu \left( \frac{\partial^6}{\partial \theta^6} + 2 \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) = aF_t + b \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \quad (6)$$

式中: $a$ 、 $b$  表示相关修正系数。

## 2 谐波齿轮有限元模型

### 2.1 柔轮主要结构参数

本文以某型号的谐波齿轮为研究对象,柔轮结构和变形曲线如图3所示,主要结构参数如表1所示,柔轮的轮廓变形曲线如式(7)。

$$\rho_r = 0.5d_r + \omega_0 \cos(2\varphi_H) \quad (7)$$

式中: $d_r$  为柔轮变形前中性圆直径; $\omega_0$  为柔轮最大径向变形量; $\varphi_H$  为柔轮变形曲线上点相对于波发生器长轴的夹角。

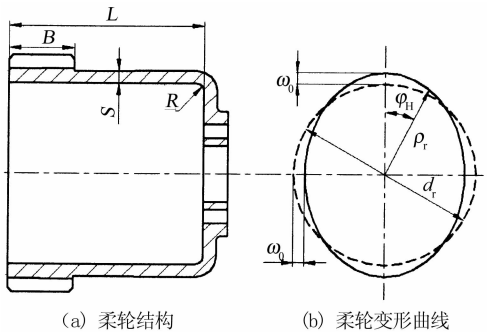


图3 柔轮结构与变形曲线

Fig. 3 Structure and deformation curve of FS

表1 柔轮主要结构参数

Tab. 1 Main structural parameters of FS mm

筒长 $L$	齿厚 $S$	齿宽 $B$	模数 $m$	径向最大 变形量 $\omega_0$	中性圆 直径 $d_r$
23.5	0.417	8	0.27	0.324	42.18

### 2.2 刚-柔轮系统装配分析方法

对谐波齿轮柔轮受力形式的分析,可以比较清楚地知道,忽略柔轮与钢轮装配与啮合过程的影响,用纯静态的方法来分析柔轮的力学或者其他一些机械特性显然是不合理的。基于此,本文提出的刚-柔轮系统装配模拟分析方法,其目的在于准确了解波发生器与柔轮装配过程给柔轮壳体变形和应力分布造成的影响,并将柔轮装配分析的结果作为一种预处理,用于进一步刚-柔轮啮合的瞬态动力学分析。

具体过程如图4所示,将波发生器沿短轴对称切开成波发生器1和波发生器2。初始状态时波发生器1和波发生器2沿长轴方向有  $2\omega_0$  宽度的重叠区,然后把切开后的波发生器各自沿长轴往远离中心处的方向位移  $\omega_0$ ,最终使柔轮变形为实际装配结束时的余弦曲线形状,此后波发生器以 2 000 r/min 的输入转速带动与之接触的柔轮转动,负载扭矩为 29 N·m。

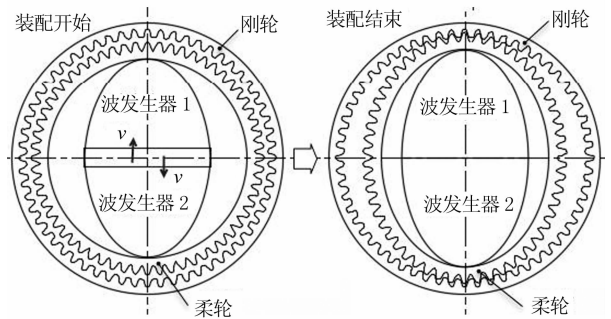


图4 刚-柔轮系统装配过程

Fig. 4 Assembly process of rigid-flexible system

### 2.3 接触控制

波发生器的连续转动使其和柔轮内壁的接触位置也持续变化,二者之间法向无相对运动,只有切向滑动;刚轮和柔轮啮合时,啮合部位也时刻发生变化,但接触区域更多。在分析过程中,柔轮设置为柔性体,刚轮和波发生器为刚体,且刚轮始终被固定。装配过程中波发生器和柔轮之间的接触为刚柔接触,刚轮和柔轮不接触;啮合过程中波发生器和柔轮之间的接触为刚柔接触,柔轮和刚轮之间也为刚柔接触<sup>[11]</sup>。由于刚-柔轮系统的多区域、大面积接触及接触区域变化较快、无法准确判定位置等问题,本文采用直接约束算法,通过编写程序自动探测运动物体的运动约束和相互作用区域,并施加接触约束。以刚轮与柔轮齿端接触为例,其接触控制流程如图5所示。

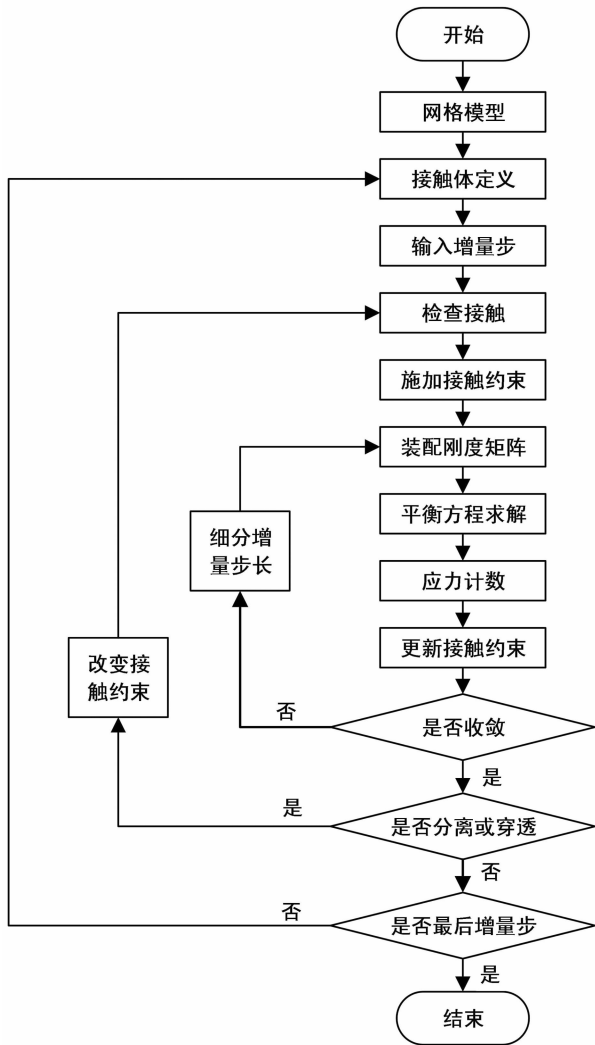


图 5 接触分析流程图

Fig. 5 Flow chart of contact analysis

### 3 分析结果与讨论

#### 3.1 装配分析结果与讨论

刚-柔轮系统的装配过程分析,主要是研究装配完成时柔轮和波发生器的位置关系、柔轮和刚轮的位置关系,以及了解柔轮的变形和柔轮应力分布情况.装配分析开始后,设定完成时间为 1 s,速度  $v=0.324$  m/s.由图 6 可知,装配完成后,柔轮和刚轮之间并无干涉,长轴部分轮齿贴合紧密,短轴区域轮齿分离(规定:  $0^\circ$  和  $\pm 180^\circ$  表示长轴位置方向角,  $\pm 90^\circ$  表示短轴位置方向角,以下各图相同).图 7 为装配完成时柔轮端面 X、Y、Z 向变形曲线.从图 7 中可以看出,柔轮各向位移均匀、对称,最大变形发生在长轴和短轴附近区域.

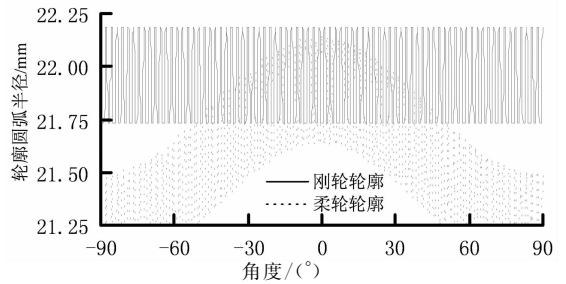


图 6 刚-柔轮系统装配完成时啮合情况

Fig. 6 The meshing situation of the rigid-flexible system after the final assembling

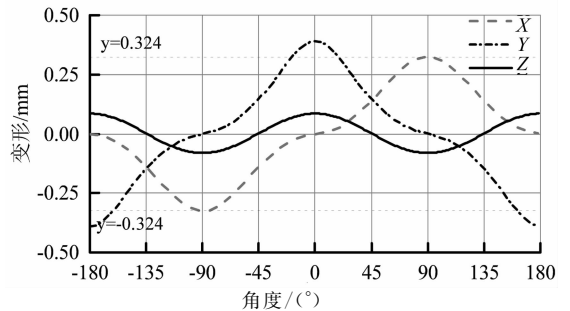


图 7 柔轮装配变形曲线

Fig. 7 The deformation curve of FS after the final assembling

由图 7 可知, X 向变形的最大值 0.331 mm 大于 0.324 mm,这是因为柔轮变形过程中,位于短轴区域内的齿圈由于挠性变形往靠近中心的位置收缩,装配完成后,和波发生器依然不完全贴合,当装配完成时,内壁母线转动了角度  $\theta'$ ,柔轮齿端位移  $L_2'$  除了波发生器平动位移  $L_1'$  外,还有转动造成的位移  $\Delta L'$ ,这使得轮齿外端节点位移  $L_2'$  大于波发生器位移  $L_1'$ ,如图 8(a)虚线位置所示.同样, Y 向变形的最大值 0.387 mm 也大于波发生器位移 0.324 mm,这是因为柔轮在波发生器的作用下发生变形,波发生器和柔轮内壁并不能完全贴合,实际接触区域只有波发生器靠近光滑筒壁的小部分区域,柔轮产生挠性变形.当装配完成时,内壁母线转动了角度  $\theta$ ,柔轮齿端位移  $L_2$  除了波发生器平动位移  $L_1$  外,还有转动造成的位移  $\Delta L$ ,这使得轮齿外端节点位移  $L_2$  大于波发生器位移  $L_1$ ,如图 8(b)虚线位置所示.

综合以上分析结果可知,刚-柔轮系统装配模拟完成时,柔轮和刚轮之间的位置及柔轮的变形是合理的,这与实际装配完成时长轴方向轮齿啮合,短轴方向轮齿分离结果相符.柔轮装配过程中最大应力  $\sigma_{\max}$  随时间  $t$  的变化趋势如图 9 所示.由图 9 可知,

柔轮最大应力变化可分为三个阶段:波发生器与柔轮接触开始至 0.56 s,柔轮的最大应力呈线性增长;0.56 s 至 0.88 s,柔轮最大应力增长逐渐放缓,甚至在某一时段趋于平稳;0.88 s 至 1 s 时,最大应力急剧增长.装配过程中 X、Y 方向随时间的变形规律如图 10 所示,变形过程并非一直为弹性变形,在装配完成的末端,柔轮在两个方向都产生了塑性变形.

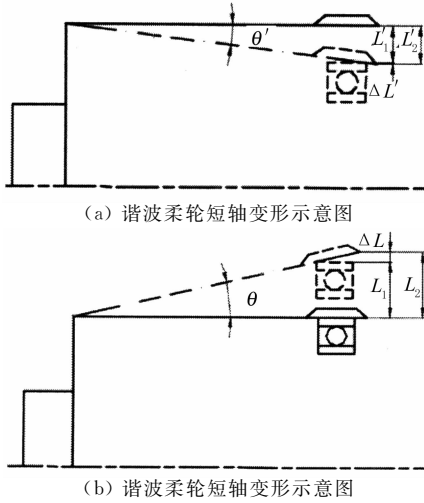


图 8 柔轮装配变形示意图

Fig. 8 Schematic of assembly deformation of FS

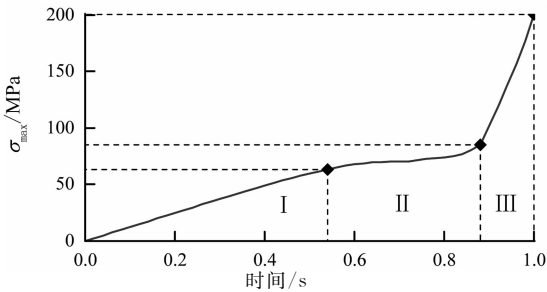


图 9 装配过程柔轮最大应力变化曲线  
Fig. 9 The max stress change curve of FS in assembly process

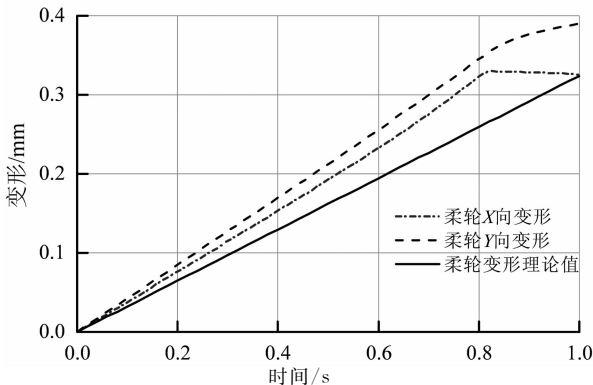


图 10 柔轮变形曲线  
Fig. 10 The deformation curve of FS

根据分析结果可以得出以下结论:第 I 阶段,在波发生器接触作用下,齿圈应力较大,筒壁应力较小,此阶段最大应力的增长主要是齿圈应力的快速线性增长;第 II 阶段,此阶段齿圈部分应力增长缓慢,筒壁部分应力增长速度逐渐加快,但整体最大应力增长逐渐放缓;第 III 阶段,不论是柔轮齿圈还是筒壁,最大应力都急剧增长,这是因为波发生器位移到一定程度,柔轮内外表面的周长被急剧拉长,应变瞬间增大,应力也随之增大.图 11 表示装配结束时柔轮应力分布云图.

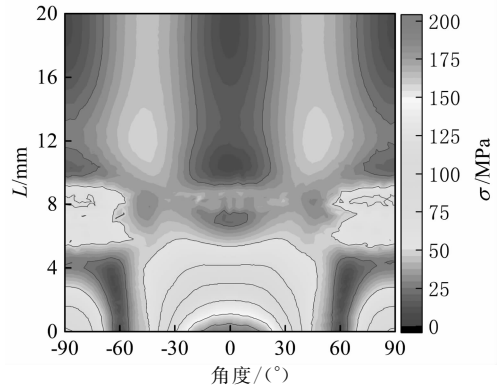


图 11 柔轮应力分布云图  
Fig. 11 The stress distribution of FS

### 3.2 啮合过程分析结果与讨论

根据上文的讨论,刚-柔轮系统的装配模拟过程符合实际装配情况,完成装配时柔轮进入实际啮合位置并与刚轮发生啮合.柔轮与刚轮啮合过程中最大应力  $\sigma_{max}$  随时间  $t$  的变化趋势如图 12 所示.由图 12 可知,柔轮从装配完成到承载额定负载进行啮合,最大应力值从 201 MPa 上升到 300 MPa 以上,这是因为筒体发生扭转,造成扭转应力增加以及轮齿参与啮合,齿根部位的弯曲应力增大.整个啮合过程中,柔轮的最大应力值在 310 MPa 到 450 MPa 之间波动,这可能是因为啮合过程中轮齿之间存在大量的碰撞,这些碰撞使得轮齿之间的接触位置、方向和接触强度时刻在变化,因此造成柔轮的应力分布不均匀,最大应力值也并不稳定.整个啮合过程中,柔轮的最大应力峰值为 448.6 MPa,如图 13 所示,低于柔轮材料 30CrMnSiA 的屈服极限 835 MPa.

采用瞬态动力学的分析方法并充分考虑柔轮的装配与啮合过程影响,刚-柔轮系统中柔轮不论是装配还是啮合过程中的应力都比采用静态分析方法的计算结果超出许多,并且柔轮的失效位置主要发生在齿宽部分及附近.对柔轮的分析不能将这两个过程分离,啮合过程的分析结果也表明,柔轮最大应力

处于波动状态,并非是采用静态分析方法得到的一个恒定值。

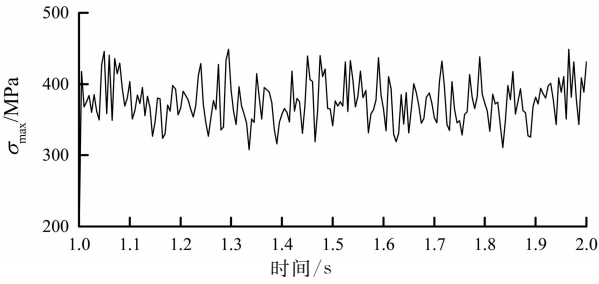


图 12 啮合过程最大应力变化曲线  
Fig. 12 The max stress change curve of FS in meshing process

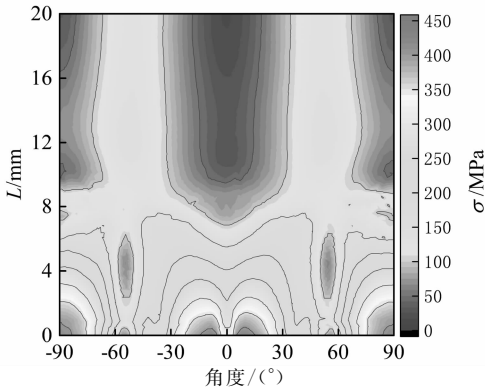


图 13 柔轮应力分布云图  
Fig. 13 The stress distribution of FS

## 4 柔轮疲劳寿命研究

### 4.1 参数灵敏度分析

大量研究及工程实例表明<sup>[1, 9]</sup>,谐波齿轮的疲劳失效主要发生在柔轮。由于谐波齿轮柔轮的疲劳寿命影响因素较多,这里引入灵敏度的分析方法来研究疲劳寿命对于输入设计变量改变的敏感程度。在有限元分析中,约束和目标函数均有可能是静力平衡位移解的响应,即为  $T = T(\delta)$ ,而位移是设计变量的隐函数,即为  $\delta = \delta(X)$ ,则

$$T = T(\delta(X)) \quad (8)$$

目标函数或约束等有关性能参数对设计变量  $X_i$  的灵敏度为

$$\frac{\partial T_j}{\partial X_i} = \frac{T_j(X^0 + \Delta X_i, \delta^0 + \Delta \delta) - T_j(X^0, \delta^0)}{\Delta X_i} \quad (9)$$

首先,进行应力对各随机变量的灵敏度分析

$$S_\sigma = \frac{\Delta \sigma(X_i)}{\Delta X_i} \quad (10)$$

式中: $S_\sigma$  为应力对各随机变量灵敏度; $\Delta \sigma(X_i)$ ,  $\Delta X_i$  分别为应力及输入随机变量的变化值。

其次,进行疲劳寿命对各随机变量灵敏度分析

$$S_N = \frac{\Delta N(X_i)}{\Delta X_i} \quad (11)$$

式中: $S_N$  为柔轮疲劳寿命对各随机变量的灵敏度; $\Delta N(X_i)$  为柔轮疲劳寿命的变化值。

根据柔轮的应力计算公式<sup>[9]</sup>,选择柔轮筒长  $L$ 、最大径向变形量  $\omega_0$ 、柔轮中性圆半径  $R_m$ 、齿宽  $B$ 、桶壁厚度  $S$ 、负载扭矩  $T$ 、材料的弹性模量  $E$  和泊松比  $\mu$  作为输入变量,将柔轮的应力  $\sigma$  和疲劳寿命  $N$  作为输出变量,进行各参数变化的灵敏度分析。分析时采用蒙特卡罗并结合拉丁方程的方法抽样模拟 1 000 次,提取谐波柔轮最大应力和疲劳寿命对各个参数的灵敏度图及应力对各参数的灵敏度值,如图 14 和表 2 所示。

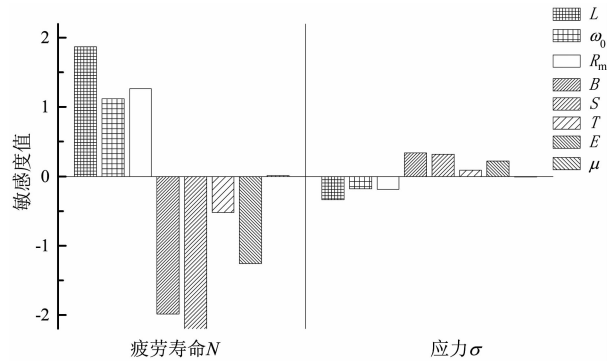


图 14 疲劳寿命和应力对各个参数的灵敏度图  
Fig. 14 The sensitivity figure of fatigue life and stress to each parameter

表 2 应力与寿命对各个参数的灵敏度值  
Tab. 2 The sensitivity value of life and stress to each parameter

随机变量	$L$	$\omega_0$	$R_m$	$B$	$S$	$T$	$E$	$\mu$	
$\sigma$	灵敏度	-0.31	-0.17	-0.17	0.31	0.29	0.08	0.20	0
	百分比	20.15	10.77	11.27	20.02	18.76	5.39	12.99	0.65
$N$	灵敏度	1.87	1.12	1.26	-1.99	-2.29	-0.52	-1.25	0
	百分比	18.10	10.86	12.23	19.28	22.22	5.04	12.18	0.01

由图 14 和表 2 可知谐波齿轮柔轮疲劳寿命对各参数变化的灵敏度由大到小依次为: $S$ 、 $B$ 、 $L$ 、 $R_m$ 、 $E$ 、 $\omega_0$ 、 $T$ 、 $\mu$ 。可以比较清楚地发现,柔轮的结构参数对其疲劳寿命具有非常大的影响,特别是  $S$ 、 $B$ 、 $L$  三者对疲劳寿命的影响尤为明显,应作为主要设计参数。

### 4.2 柔轮疲劳寿命的尺寸效应

通过柔轮疲劳寿命对各参数变化的灵敏度分

析,分别选择灵敏度值较大的  $S$ 、 $B$ 、 $L$  为主要设计变量,利用啮合过程中柔轮的应力分析结果和 SN Timestep 分析方法对柔轮疲劳寿命进行仿真分析,以研究柔轮结构尺寸参数对其疲劳寿命的影响。

壁厚的敏感变化范围为  $0.45 \sim 1.45$  mm,柔轮最大应力及疲劳寿命变化趋势如图 15 所示。由图 15 可知,随着柔轮壁厚逐渐增加,弯曲应力增大,则会导致其柔轮疲劳寿命整体呈下降的趋势,且下降速度由快减慢。当壁厚处于  $0.45 \sim 0.8$  mm 时,随着壁厚值增加,柔轮寿命下降速度最快;当壁厚处于  $0.8 \sim 1.45$  mm 时,随着壁厚值增加,疲劳寿命下降趋势则大幅减缓。所以,在保证柔轮强度满足要求的情况下,适当减小筒体壁厚,有助于降低柔轮中的最大应力值,增加柔轮疲劳寿命。

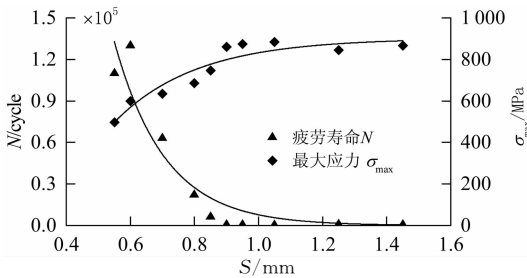


图 15 不同壁厚的柔轮疲劳寿命与最大应力  
Fig. 15 The fatigue life and stress of FS with different wall thickness

筒体长度敏感变化范围为  $21 \sim 41$  mm,柔轮最大应力及疲劳寿命变化趋势如图 16 所示。由图 16 可知,在波发生器形状不变的情况下,随着筒长增加,柔轮的疲劳寿命呈现出先大幅度上升,后趋于平稳的状况。但随着柔轮筒长增加,柔轮的最大应力整体呈现出下降的趋势,在筒长大于 29 mm 后,柔轮中的最大应力值已经逐渐小于柔轮的疲劳强度,并且此时柔轮的疲劳寿命处于较高水平。但是,筒长增大也会使筒体的最大扭转量增大,这使得轮齿之间的接触状况恶化,将出现更为严重的应力集中,这对谐波齿轮的使用是不利的,所以筒长不宜过大。

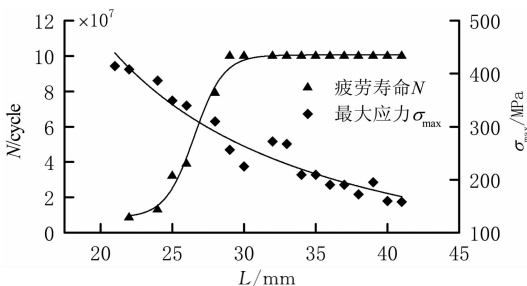


图 16 不同筒长的柔轮疲劳寿命与最大应力  
Fig. 16 The fatigue life and stress of FS with different tube length

齿宽敏感变化范围为  $6 \sim 16$  mm,柔轮最大应力及疲劳寿命变化趋势如图 17 所示。由图 17 可知,随着齿宽值的增加,柔轮疲劳寿命呈现出先快速增加后趋于平稳的状况,但是,柔轮最大应力却呈现出先快速降低后趋于平稳的状况,特别是齿宽在波发生器轴承宽度 ( $6.5$  mm) 附近时,柔轮最大应力变化最快。齿宽小于波发生器的宽度时,波发生器的接触作用会造成齿圈和筒壁交界处严重的应力集中现象,最大应力值较大;当齿宽大于波发生器宽度时,交界处的应力集中现象得到有效改善,最大应力值迅速下降。因此齿宽的设计值应大于波发生器的宽度,这可以降低柔轮的最大应力,提升柔轮的疲劳寿命。

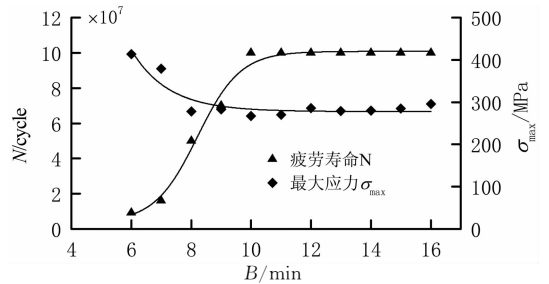


图 17 不同齿宽的柔轮疲劳寿命与最大应力  
Fig. 17 The fatigue life and stress of FS with different tooth width

根据上文分析,筒长、壁厚和齿宽对谐波柔轮疲劳寿命的影响都有一个变化较大的敏感区域,赵建虎等人<sup>[12]</sup>的研究也指出了这一点。本文在考虑了装配和啮合应力的影响条件下,柔轮疲劳寿命的尺寸效应与文献<sup>[12]</sup>的研究结果具有较好的一致性,这很好验证了本文建立的计算模型的正确性。

### 4.3 谐波齿轮柔轮疲劳寿命模型

通过大量的疲劳仿真数据,本文得到了谐波齿轮柔轮结构的应力-寿命曲线,如图 18 所示,通过拟合,得到了基于应力的柔轮疲劳寿命公式,如式(12)所示。本文得到的柔轮疲劳寿命模型为今后谐波齿轮柔轮疲劳寿命的研究提供了一种新思路,在对谐波齿轮进行疲劳寿命实验时,并非需要对谐波柔轮进行破坏实验,可以通过一定的方法对柔轮工作过程中应力进行测量,进一步的通过疲劳寿命模型对谐波齿轮的疲劳寿命进行预测。对柔轮工作过程中的应力进行测量,也比疲劳破坏实验更加方便和经济。

$$N = a \cdot \exp \left( - \left( \frac{\sigma_{\max} - 438}{309} \right)^2 \right) \quad (12)$$

其中,  $a = 2.858E + 09$ 。

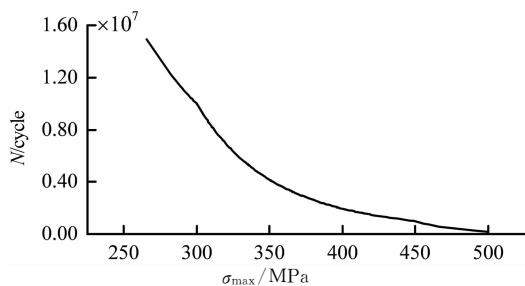


图 18 柔轮应力-寿命曲线

Fig. 18 The stress-life curve of FS

## 5 结 论

1) 谐波齿轮刚-柔轮系统中,不论是装配还是啮合过程中柔轮的应力都较大,对刚-柔轮系统的分析研究不能忽略装配和啮合过程,只有充分考虑这两个过程才能提高分析结果的合理性与准确性。

2) 柔轮结构参数中的  $S$ 、 $B$ 、 $L$  三者对疲劳寿命的影响明显,在柔轮的设计过程中,应使这些结构参数处于合理的范围之内,尽量避开疲劳寿命对结构尺寸的敏感区域,以提高谐波齿轮的设计寿命。

3) 在工程应用中,可以通过一定的方法测量柔轮工作过程中的应力来预测其疲劳寿命。

## 参考文献

[1] READ M P, GLAVEY R, MARCHESONI F, *et al.* Synchronization of geometric stochastic resonance by a bi-harmonic drive[J]. *The European Physical Journal B*, 2014, 87(9): 1-5.

[2] 龚金科, 何伟, 钟超, 等. 基于热固耦合的柴油机气缸盖有限元分析[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2017, 44(2): 34-39.

GONG J K, HE W, ZHONG C, *et al.* Finite element analysis of diesel engine cylinder head based on thermosetting coupling [J]. *Journal of Hunan University(Natural Sciences)*, 2017, 44(2): 34-39. (In Chinese)

[3] LEÓN D, ARZOLA N, TOVAR A. Statistical analysis of the influence of tooth geometry in the performance of a harmonic drive[J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2015, 37(2): 723-735.

[4] ROUTH B, MAITI R, RAY A K, *et al.* An investigation on secondary force contacts of tooth pairs in conventional harmonic drives with involute toothed gear set[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering, Science*, 2015, 230(4): 622-638.

[5] 王家序, 黄伟, 肖科, 等. 复合齿轮副振动特性仿真及试验研究[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2017, 44(2): 40-46.

WANG J X, HUANG W, XIAO K, *et al.* Numerical and experimental investigation on vibration characteristics of a com-

plex gear pair[J]. *Journal of Hunan University(Natural Sciences)*, 2017, 44(2): 40-46. (In Chinese)

- [6] 李立峰, 唐武, 唐金良. 基于断裂力学的锚拉板疲劳寿命评估[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2016, 43(9): 82-87.
- LI L F, TANG W, TANG J L. Assessment of fatigue life for anchor plates based on fracture mechanics[J]. *Journal of Hunan University(Natural Sciences)*, 2016, 43(9): 82-87. (In Chinese)
- [7] 杨大炼, 刘义伦, 李松柏, 等. 基于非等距 BFA-GM(1, 1) 模型的尾翼疲劳寿命预测[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2016, 43(8): 63-69.
- YANG D L, LIU Y L, LI S B, *et al.* Empennage fatigue life prediction based on non-equidistant BFA-GM (1, 1) model [J]. *Journal of Hunan University(Natural Sciences)*, 2016, 43(8): 63-69. (In Chinese)
- [8] 叶南海, 何韵, 施奇佳, 等. 基于参数化的散料输送机械快速设计系统开发[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2016, 43(10): 16-22.
- YE N H, HE Y, SHI Q J, *et al.* Development of parameterization-based bulk material conveying machinery rapid design system[J]. *Journal of Hunan University(Natural Sciences)*, 2016, 43(10): 16-22. (In Chinese)
- [9] 齿轮手册编委会. 齿轮手册[M]. 第 2 版. 北京: 机械工业出版社, 2006: 9-3, 9-28.
- Gear Handbook Editorial Board. *Gear manual*[M]. 2nd ed. Beijing: Machinery Industry Press; 2006: 9-3, 9-28. (In Chinese)
- [10] 张俊, 刘先增, 焦阳, 等. 基于刚柔耦合模型的行星传动固有特性分析[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(15): 104-112.
- ZHANG J, LIU X Z, JIAO Y, *et al.* Vibration analysis of planetary gear trains based on a discrete-continuum dynamic model[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(15): 104-112. (In Chinese)
- [11] 周志雄, 魏晓红, 陈伟光, 等. 摩擦与配合间隙对超长大型液压缸承载能力影响规律研究[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2017, 44(2): 47-52.
- ZHOU Z X, WEI X H, CHEN W G, *et al.* Research on effects of friction and fit clearance on bearing capacity of super-long large scale hydraulic cylinder[J]. *Journal of Hunan University(Natural Sciences)*, 2017, 44(2): 47-52. (In Chinese)
- [12] 赵建虎. 谐波传动机构柔轮的应力分布及寿命特性分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学船舶与海洋工程学院, 2013.
- ZHAO J H. Stress distribution and life characteristics analysis of flexspline of in harmonic drive[D]. Harbin: College of Naval Architecture and Ocean Engineering, Harbin Institute of Technology, 2013. (In Chinese)