

硬岩掘进机液压弯管振动功率流研究*

张怀亮^{1,2}, 瞿维^{1,2†}, 李卫^{1,2}, 刘森^{1,2}

(1. 中南大学 高性能复杂制造国家重点实验室, 湖南 长沙 410083; 2. 中南大学 机电工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要:针对硬岩掘进机(TBM)强振动环境下的液压弯管传递效率降低和损坏的问题,提出了以振动功率流的方法来研究管道的振动特性.首先,根据应力与功率的关系,建立了弯管振动功率流计算模型.然后,通过仿真分析探究了不同基础振动参数和弯管结构参数对弯管的应力影响规律,并给出了弯管的总功率和振动功率流的计算方法.最后,采用正交试验分析了弯管结构参数的影响主次顺序,优化了管道的结构参数并使管道振动功率流降低了30.52%,同时提出了基础振动下弯管的设计流程.结果表明,本文所提出的分析方法能为基础振动下弯管的设计和选型提供理论依据.

关键词:硬岩掘进机(TBM); 振动功率流; 基础振动参数; 结构参数; 正交试验

中图分类号:TH133

文献标志码:A

Research on Vibration Power Flow of TBM Hydraulic Bend Pipe

ZHANG Huailiang^{1,2}, QU Wei^{1,2†}, LI Wei^{1,2}, LIU Sen^{1,2}

(1. State Key Laboratory of High Performance and Complex Manufacturing, Central South University, Changsha 410083, China;

2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: The vibration characteristics of the bend pipe were studied by means of vibration power flow, as the problems of transmission efficiency reduction and structure damage for the hydraulic bend pipe of Hard Rock Tunnel Boring Machine (TBM) occur under the environment of strong vibration. Firstly, the calculation model of the elbow vibration power flow was established by the relationship between stress and power. Then, the influence rules of different basic vibration parameters and the elbow structure parameters on the stress were investigated through simulation, and the calculation method of total power and vibration power flow was given. Finally, the structure parameters of pipeline were optimized to reduce the vibration power flow of pipeline by 30.52%, and the design process of bend pipeline was proposed. The results show that the analytical method can provide the theoretical basis for the design and selection of the bend pipe.

Key words: Hard Rock Tunnel Boring Machine (TBM); vibration power flow; basic vibration parameters; structure parameters; orthogonal test

硬岩掘进机(TBM)在工作过程中产生的强振动将会影响安装在上面液压系统的工作性能.而液

* 收稿日期:2017-12-04

基金项目:国家重点基础研究发展计划(973计划)资助项目(2013CB035400), National Basic Research Development Program of China (973 Program)(2013CB035400)

作者简介:张怀亮(1964-),男,湖南永州人,中南大学教授,博士

† 通讯联系人, E-mail:563493574@qq.com

压系统作为主要的控制和能量传递系统在强振动环境下,其工作效率将会受到极大的影响,甚至导致整个液压系统的破坏.作为液压系统上主要连接元器件之一的弯管,其结构的特殊性直接影响着整个系统的工作性能^[1].

Goyder 和 White^[2-4]首次在其文献中提出能量流概念,并对无限梁中的波运动及其能量流进行了分析,得出梁中的能量流是沿着梁长度的方向传递. Cuschieri^[5]分别通过导纳法和有限元法,分析了功率流在耦合板中的分布. Vlahopoulos 等^[6]用有限元法分析了功率流在耦合梁处于中低频状态下的分布及变化情况;Li 等^[7]用传递矩阵方法分析了受损梁的振动功率流;Sun 等^[8]应用传递矩阵的方法分析了多重输入/输出系统的振动能量流传递特性,以板块为例分析了简支情况下板块的振动功率流特性,发现厚度、载荷、支撑位置、质量和阻尼特性对振动能量流均有影响.伍先俊等^[9]运用振动功率流法对隔振器参数及振源位置进行了优化,得到了使传递到基础的振动能量最小的参数组合.刘敬平等^[10]采用仿真与试验相结合的方法,研究了发动机增压系统的能量流分布规律. Yang 等^[11]运用时均法和数值积分的方法分析了软刚度和硬刚度隔振器的能量传递比,发现在通常情况下软刚度隔振器具有较好的能量传递比,但是在高频振动情况下,硬刚度隔振器的能量传递比会更好.张志田等^[12]从能量的角度分析特大悬索桥的风致振动现象,发现是由于主缆从风中吸收能量导致的,并不是由于吊杆吸收能量产生的.振动功率流理论作为可以度量振动状况的方法,不仅被学者们用于研究系统的振动传递规律及机理,也被作为减振控制的一个评价指标而广泛应用.

上述文献应用功率流的方法来研究管道的特性,但并没有考虑外界激励的影响.而工作在 TBM 上弯管的振动功率流将受到外界激励的影响,而功率流的增大会降低管道的传递效率,因此研究管道振动功率流对提高系统的传递效率有重要意义.

1 数学建模

从功率流的角度对弯管传递效率进行分析,知单位时间做的功即为功率.用公式表示为:

$$p_i = F_i \cdot v_i \quad (1)$$

这里 F_i 和 v_i 分别代表结构上某点处的作用力和相应速度的瞬时值.运用有限元法,则某一时刻单个节点所受的功率为:

$$P = P_x + P_y + P_z + P_{\text{rot}x} + P_{\text{rot}y} + P_T \quad (2)$$

式中: P_x, P_y, P_z 分别表示节点在 x, y, z 方向上的功率; $P_{\text{rot}x}, P_{\text{rot}y}, P_T$ 分别表示节点所受到的扭矩和转矩功率.对于振动分析来说,周期时间内的平均功率流 $P(t)$ 对于描述振动情况更加准确.则对于一个周期性激励,可知输入系统的平均功率流为:

$$P(t) = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) v(t) dt \quad (3)$$

对管道进行有限元网格划分,单个节点所受到的力 $f = \sigma A$, σ 为管道所受到的应力, A 为单元的面积,忽略管道单元划分后面积的差异性,可知对单一管道而言:

$$f = \sum_{i=1}^n \sigma_i \cdot A \quad (4)$$

则此时管道的时域平均功率流为:

$$P(t) = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{i=1}^n \sigma_i(t) \cdot A \cdot v_i(t) dt \quad (5)$$

式中: n 为管道节点数; $\sigma_i(t)$ 表示某一时刻该节点的应力.

2 振动参数的影响分析

2.1 仿真模型与参数设置

假设弯管为均质、纯弹性及各向同性的等截面圆管,弯管内的流体做低速缓慢运动,且不存在摩擦效应,忽略流体中的体积分离、气穴等现象.考虑外界强振动条件,在 Workbench DM 模块中,对两端直管长度相等的弯管进行建模,结果如图 1 所示.

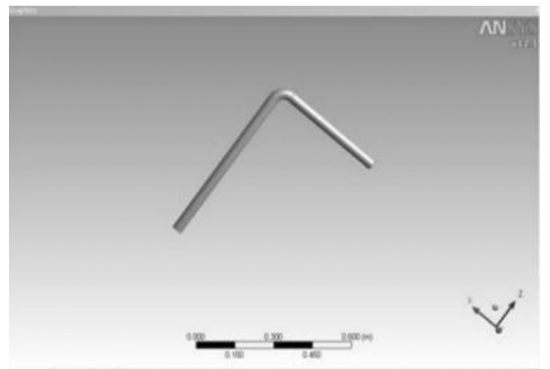


图 1 弯管三维模型

Fig. 1 Three-dimensional model of the bend pipe

根据 TBM 液压硬质弯管的工作参数,设定系统各参数值如表 1 所示.

2.2 振动方向的影响

在能量传递过程中,一部分能量向相邻结构输出,一部分通过自身的振动耗散.假设外界激励信号类型为 $Y=N\sin\omega t$. 仿真外界频率 100 Hz, 振幅 0.5 mm, 不同振动方向下,管道总功率随时间的变化规律如图 2 所示.

表 1 弯管系统参数
Tab. 1 Curve pipe system parameters

参数名称	设定值
管道内径/m	0.019
管壁厚度/m	0.003
弯管曲率半径/m	0.05
弯管直管长度/m	0.5
管道弹性模量/Pa	2.01×10^{11}
液体密度/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	890
管材密度/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	7 850
泊松比	0.3
流体平均流速/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	5
流体平均压力/Pa	1×10^7

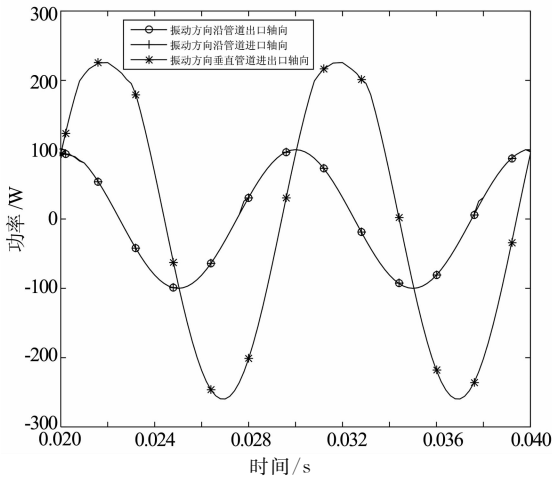


图 2 不同安装方式管道功率随时间变化
Fig. 2 Pipeline power changing with different installations

由图 2 可知,外界激励呈周期性变化,则管道总功率也随时间呈周期性变化,总功率越大,传递到外界的能量越大,振动越剧烈.分析可知,振动方向与进口轴向平行和与出口轴向平行时,流体流动方向对管道振动影响不大;振动方向垂直于管道进口轴向时,管道总功率最大,为沿其轴向安装时的 3.3 倍,则管道在此条件下其振动最剧烈,安装时应尽量避免沿垂直于管道进出口轴向.

2.3 振动频率和幅值的影响

流固耦合仿真后,将结构分析结果导入 ANSYS Model 进行模态分析,得到不同安装方式下管道的固有频率如表 2 所示.

为了研究基础振动频率对管道功率流的影响,设置外界基础振动幅值 0.5 mm, 仿真不同频率下弯管总功率时间的变化以及振动功率流随频率的变化,结果如图 3 和 4 所示.

表 2 不同安装方式下管道固有频率
Tab. 2 Bend pipe natural frequency of the different installation methods

固有频率 /Hz	两端固定	一端固定 一端简支	两端简支
一阶固有频率	104.37	86.74	64.85
二阶固有频率	382.37	356.35	305.52

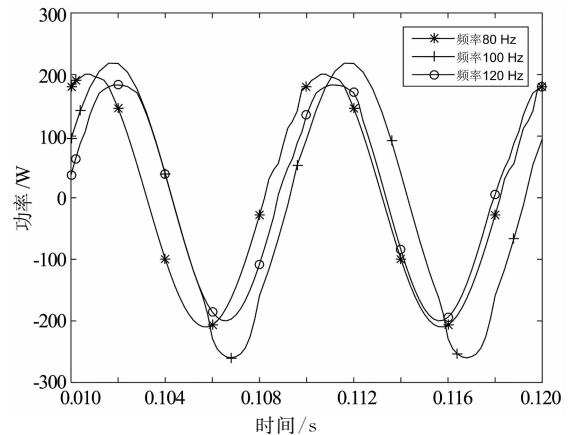


图 3 不同频率下管道总功率随时间变化
Fig. 3 Pipeline total power changing with time under different frequency

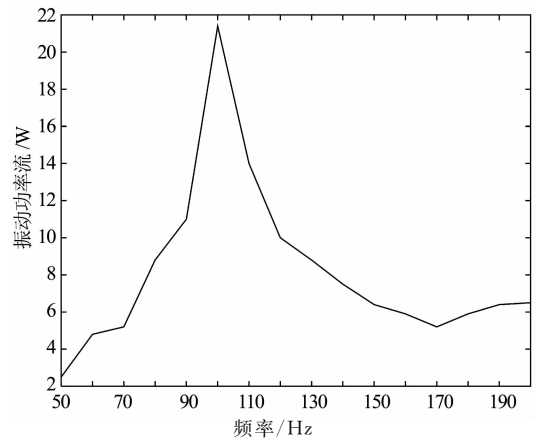


图 4 振动功率流随频率的变化
Fig. 4 Vibration power flow changing with frequency

由图 3 可知,管道总能量随外界周期激励呈周期性变化,且其周期与外界激励的周期基本保持一致,外界激励越大,管道总能量越大.由图 4 可知,频率为 100 Hz 时,弯管总功率幅值最大,较 80 Hz、120 Hz 时增大了 1.5 倍.这是因为频率 100 Hz 接近管道的固有频率,使其产生共振,导致振动功率流增大.

为了研究基础振动幅值对管道功率流的影响,

设置基础振动频率 100 Hz, 仿真不同振动幅值下其管道总功率随时间的变化以及振动功率流随幅值的变化, 如图 5 和 6 所示. 由图 5 可知, 弯管总功率随外界周期激励呈周期性变化, 同时随幅值的增大, 总功率增大; 由图 6 可知, 弯管振动功率流随外界激励的幅值增大呈线性增大.

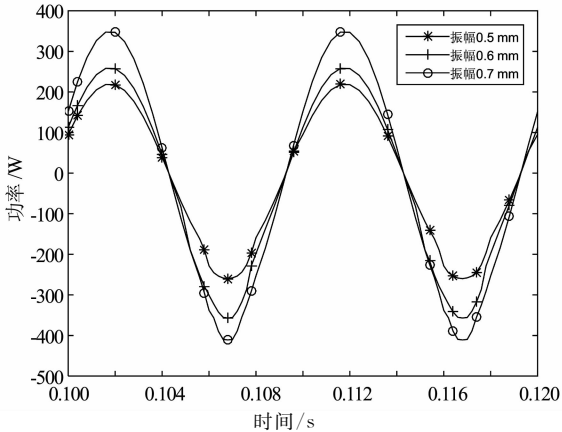


图 5 不同振幅下管道总功率随时间变化
Fig. 5 Pipeline total power under different amplitude changing with time

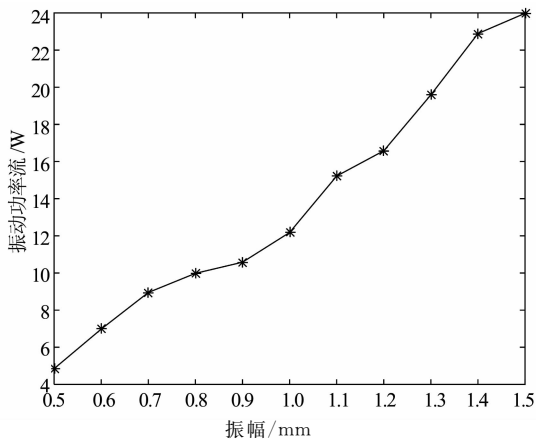


图 6 振动功率流随振动幅值的变化
Fig. 6 Vibration power flow changing with amplitudes

3 结构参数的影响

3.1 长度的影响

设定外界振动频率为 100 Hz, 振幅为 0.5 mm, 仿真结果如图 7 和图 8 所示. 受外界激励的影响, 弯管总功率随时间呈正弦变化, 直管端长度 500 mm, 与直管端长度 400 mm 相比, 功率幅值增大了 1.1 倍. 随着直管端长度的增加, 其振动功率流呈现先增大后减小的趋势, 这是因为随着直管端长度的增加, 慢慢靠近固有频率, 其振动能量越大, 振动越剧烈, 而随着管长的进一步增大, 远离固有频率, 呈现下降的趋势.

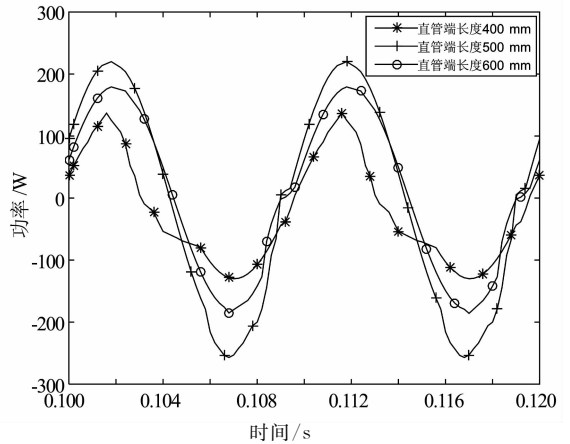


图 7 不同直管端长度总功率随时间变化
Fig. 7 Bend pipe total power of different pipe lengths changing with time

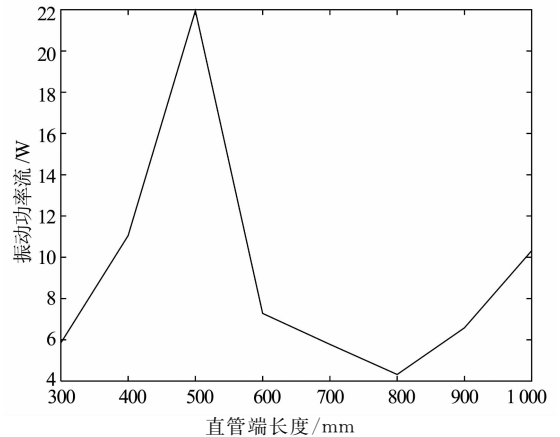


图 8 直管端长度对振动功率流影响
Fig. 8 The influence of the length straight pipe on the vibration power flow

3.2 内径的影响

设定外界振动频率 100 Hz, 振幅 0.5 mm, 得到仿真结果后导出数据, 基于功率流计算公式对各内径下管道的总功率进行计算. 仿真结果如图 9 和图 10 所示.

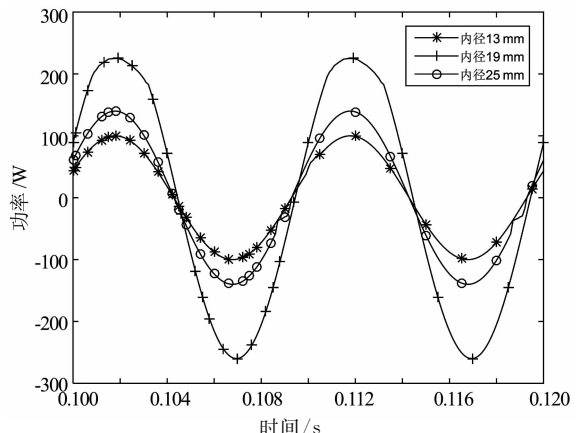


图 9 不同管道内径管道功率随时间变化
Fig. 9 Power of different pipeline inner diameters changing with time

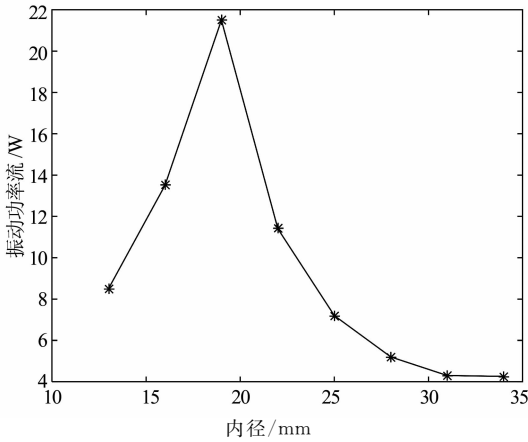


图 10 管道振动功率流随内径的变化
Fig. 10 Pipeline vibration power changing with different inner diameters

由图 9 可知,受外界激励的影响,弯管总功率随时间呈正弦变化,内径 19 mm 时,与 25 mm 相比,功率幅值增大了 0.95 倍. 由图 10 可知,随着弯管内径的增加,其振动功率流呈现先增大后减小的趋势,这是因为随着弯管内径的增加,管道固有频率慢慢靠近外界基础振动频率,振动功率流越大,振动越剧烈;而随着管道内径的进一步增大,固有频率远离外界振动频率,振动功率流呈现下降的趋势.

3.3 厚度的影响

在外界输入到管道能量及外界基础振动频率一定的前提下,分别建立不同厚度的管道几何模型进行仿真,得到仿真结果后导出数据,基于功率流计算公式对管道的总功率进行计算. 仿真结果如图 11 和 12 所示.

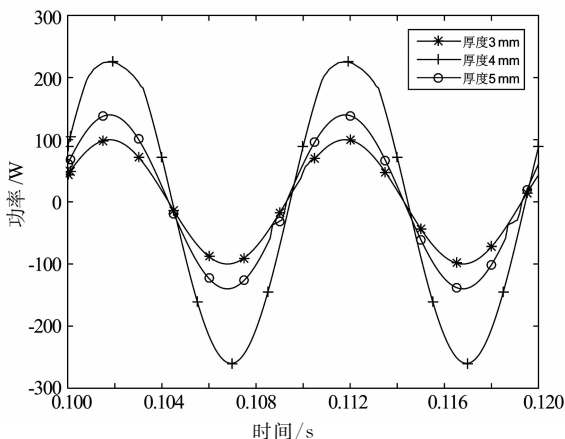


图 11 不同弯管厚度时功率随时间变化
Fig. 11 Power of different pipeline thickness changing with time

由图 11 分析可知在相同外界基础振动下,在外界激励为正弦波动的情况下,管道能量也为正弦波动,内径为 4 mm 的管道能量最大,波动也最剧烈.

由图 12 可知,管壁的振动功率流随着管道壁厚的增加先增大后减小,这是因为随着管壁的厚度增加,管道的固有频率逐渐接近外激励的频率,从而使管道产生共振导致振动功率流增加;随着管壁厚度进一步增加,管道的固有频率逐渐远离外激励频率,管道振动功率流逐渐减小.

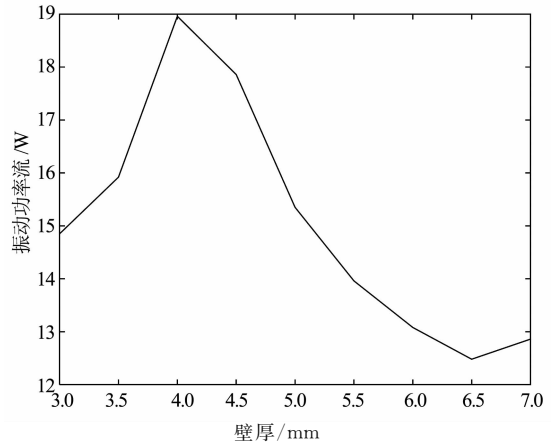


图 12 管道振动功率流随厚度的变化
Fig. 12 Bend pipe vibration power flow changing with thickness

4 实验

4.1 实验原理及系统图

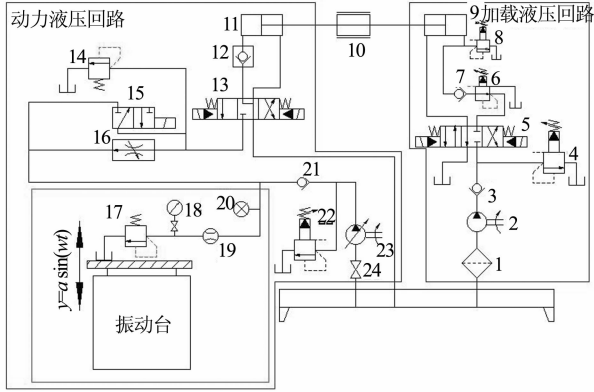
实验测试系统由电动振动系统和液压系统两部分组成,如图 13 所示. 其中液压系统可以分为动力液压系统和加载液压系统. 在动力液压回路中,比例调速阀 16 控制回路系统的流量,溢流阀 14 控制动力缸压力大小,换向阀 13 控制动力缸 11 前进、后退等功能. 在加载液压回路中,比例减压阀 6 可以调节出口压力的大小,从而模拟外部负载的大小,溢流阀 8 则可以调节负载的最大压力. 电动振动系统由振动台、振动控制系统和试验直动式溢流阀组成. 将直动式溢流阀用软管连接于主油路中,并固定于振动台上. 实验的系统图如图 14 所示.

4.2 实验步骤

- 1) 选取实验管道,用管夹将管道安装到振动台上,使管道在振动过程中不产生松动的情況.
- 2) 对弯管测试点处进行打磨,并用酒精擦拭,待其挥发后贴好应变片及温度补偿片,然后连接电桥及应力测试仪.
- 3) 通过软管及管接头将实验弯管道接入到液压系统后,由液压泵将油液输送到管道中,并通过阀控制液压缸动作,再调定液压系统动力回路流速为 5 m/s、压力为 5 MPa,接着开启长管道液压系统.

4) 开启 L620 振动试验台, 将正弦信号通过 MPA102 开关式功率放大器传递至振动试验台中, 以激励所测管道, 使其产生振动。

5) 调节振动台系统软件设定基础振动值, 通过 DH5925 动态信号测试分析系统采集不同振动幅值和频率下管道振动的应力, 再对实验弯管振动信号进行处理和分析。



1—过滤器; 2—定量泵; 3—单向阀; 4—溢流阀; 5—电磁换向阀; 6—比例减压阀; 7—单向阀; 8—比例溢流阀; 9—加载缸; 10—惯性负载; 11—动力缸; 12—液控单向阀; 13—电磁换向阀; 14—溢流阀; 15—电磁换向阀; 16—比例调速阀; 17—直动式溢流阀; 18—压力表; 19—流量传感器; 20—压力传感器; 21—单向阀; 22—溢流阀; 23—变量柱塞泵; 24—油源开关

图 13 实验测试原理图
Fig. 13 The test schematic diagram



图 14 实验及采集系统
Fig. 14 Experiment and acquisition system

4.3 实验结果与分析

振动台参数设置为: 振动幅值 0.5 mm, 振动频率 80 Hz, 管道内油液设置压力 5 MPa, 流速 5 m/s, 对管道应变进行采集。管道应变随着管道的振动也呈现波动状态, 本实验采用的是应变花, 成 45 度角贴片, 考虑应变采集时的放大倍数、应变应力与应力的换算关系为:

$$\sigma_1 = \frac{E}{2} \left[\frac{\epsilon_{0^\circ} + \epsilon_{90^\circ}}{1 - \mu} + \frac{21}{1 - \mu} \sqrt{(\epsilon_{0^\circ} - \epsilon_{90^\circ})^2 + (2\epsilon_{45^\circ} - \epsilon_{0^\circ} - \epsilon_{90^\circ})^2} \right] \quad (6)$$

通过实验计算 80 Hz 时的应力图, 应力如图 15 所示。为使试验结果更为精确, 设定振动频率为定值 80 Hz, 分别调定振动幅值从 0.5~1.5 mm 每间隔 0.1 mm 做一组试验, 得到 11 组应变的时域响应结果, 提取其中的第一主应力最大值, 拟合成曲线, 如图 16 所示。

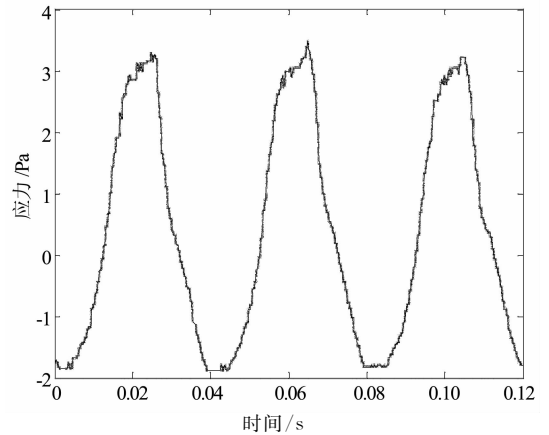


图 15 80 Hz 时的应力值
Fig. 15 The stress value of the 80 Hz

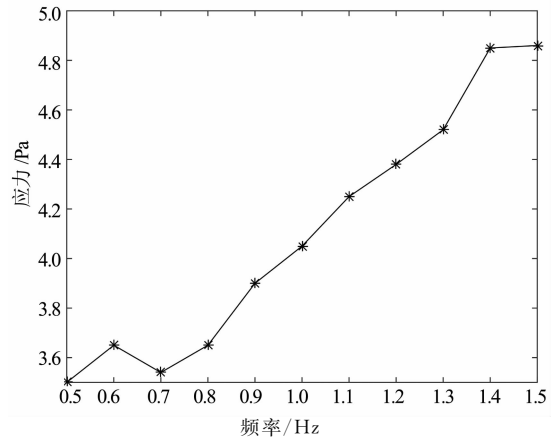


图 16 不同幅值时的应力值
Fig. 16 The stress value of the different amplitude

实验测得的不同幅值时的应力值, 通过上面的功率流计算公式就可以求得该条件下的功率流, 求得的实验值与仿真值结果如图 17 所示。

由图 17 可知, 弯管功率流和仿真结果随振幅变化的趋势基本一致, 随着振幅增大, 管道的功率流也随之增大, 两者的最大误差为 13.6%, 平均误差为 8.2%, 均在容许范围内。实验结果和仿真结果并非完全一致, 且实验值略小, 但实验结果均在允许范围内, 且两者呈现相似的变化规律, 验证了仿真模型的正确性。

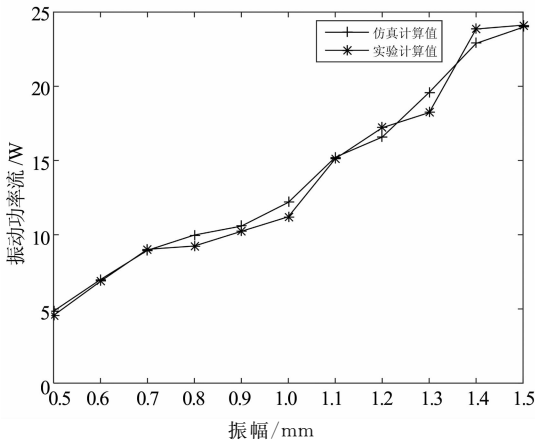


图 17 不同振幅下管道功率流对比

Fig. 17 The experimental value compared with the theoretical value

5 弯管减振流程设计

外界基础振动作用下,管道结构参数不同时,其固有频率会发生改变,不仅会影响管道振动特性,其振动功率流也会发生变化.因此,需要对 TBM 液压弯管的结构进行参数优化,以使弯管的振动功率流最小.

5.1 正交试验

在实际工作中,常常需要同时考察 3 个或 3 个以上的试验因素,若进行全面试验,则试验的规模将很大,往往因试验条件的限制而难以实施.正交试验设计就是安排多因素试验、寻求最优水平组合的一种高效率试验设计方法.本正交试验以液压弯管道直管端长度 L 、内径 r 、壁厚 δ 等结构参数作为影响因素,各取 3 个水平,设置外界基础振动频率 100 Hz、振幅 0.5 mm,分析管道结构参数对其振动能量流影响的主次顺序,选出最优结构参数设置.为确保各影响参数的全面性和正交性,对各因素取 3 个水平.试验因素水平如表 3 所示.

表 3 因素水平表

Tab. 3 Orthogonal factor level table

水平	因素 A 直管端长度/mm	因素 B 内径/mm	因素 C 厚度/mm
1	500	16	3
2	600	19	4
3	700	22	5

依据正交试验方案设计,确定因素水平后,选用合适的正交表,本实验通过分析选用正交表 $L_9(3^4)$.此外,依据正交表确定试验各参数组合正交实验,实验结果如表 4 所示.

表 4 正交试验结果

Tab. 4 Results of orthogonal test

试验号	因素 A 直管端长度/mm	因素 B 内径/mm	因素 C 厚度/mm	振动功率流/W
1	500	16	3	8.84
2	500	19	4	11.35
3	500	22	5	4.98
4	600	16	4	15.45
5	600	19	5	12.32
6	600	22	3	10.05
7	700	16	5	7.25
8	700	19	3	5.32
9	700	22	4	6.47
K_1	25.17	31.54	24.21	
K_2	37.82	28.99	33.27	
K_3	19.04	21.5	24.55	
\bar{K}_1	8.39	10.51	8.07	
\bar{K}_2	12.6	9.66	11.09	
\bar{K}_3	6.35	7.16	8.18	
R	18.78	10.04	9.06	

由极差分析可知,极差越大的因素其重要程度越高,因此由表 4 可知影响管道振动因素的主次顺序应为:A→B→C即弯管直管端长度、管道内径、管道厚度.为了更加直观地表现水平因素与振动功率流之间的关系,采用因素水平为横坐标,振动功率流为纵坐标,如图 18 所示.

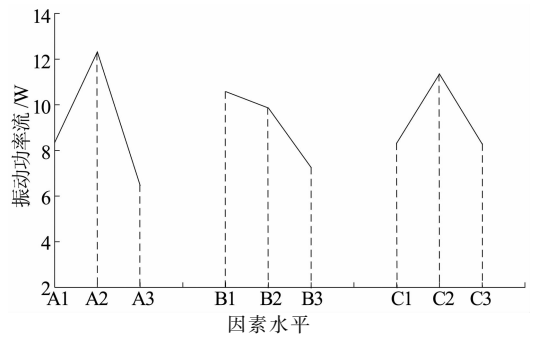


图 18 因素水平与振动功率流关系

Fig. 18 The relationship between the factor level and vibration power flow

从图 18 可知为使管道减振效果最好,管道结构参数的最佳方案应为 $A_3B_3C_1$,而由表 4 看出设计的正交试验中没有 $A_3B_3C_1$,最好方案为 $A_3B_1C_3$,因此不能确定 $A_3B_3C_1$ 是否为最佳方案,需要通过试验来证明.用 $A_3B_3C_1$ 做试验,所得振动功率流为 3.46 W,其小于实验方案 $A_1B_3C_3$ 的最小振动功率流 4.98 W,说明 $A_3B_3C_1$ 确为最佳方案.

5.2 设计流程

安装在 TBM 上的液压弯管,基础振动对管道

影响剧烈,传统的选型方法已不能完全适用,需提出针对基础振动环境下的液压弯管设计流程.通过上述的分析,提出如图19所示的设计流程图.

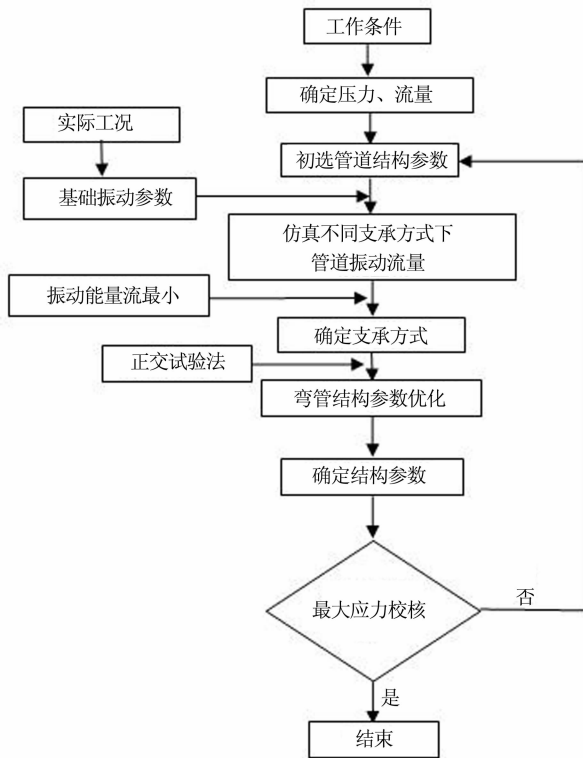


图19 基础振动下液压弯管设计流程

Fig. 19 Bend pipe design process according to the basic vibration condition

6 结论

1)建立了弯管振动功率流的数学模型和仿真模型,实验验证了模型的正确性.

2)外激励振动方向垂直于管道进出口轴向时弯管振动最激烈;外激励振动固有频率越接近弯管固有频率,振动功率流越大,远离固有频率时振动功率流越小;弯管振动功率流随外激励振动幅值的增大呈线性增加.

3)弯管长度和内径的变化将会影响弯管固有频率的变化,则此时的功率流变化与振动固有频率对它的变化的影响趋势一致.

4)通过正交试验的分析方法,提出了基础振动下的液压弯管设计流程.

参考文献

[1] 杜彦良,杜立杰.全断面岩石隧道掘进机——系统原理与集成设计[M].武汉:华中科技大学出版社,2011.

- DU Y L, DU L J. Full face hard rock tunnel boring machine [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2011. (In Chinese)
- [2] GOYDER H G D, WHITE R G. Vibration power flow from machines into built-up structures, Part I: introduction and approximate analysis of beam and plate-like foundations [J]. Journal of Sound and Vibration, 1980, 68(1): 59-75.
- [3] GOYDER H G D, WHITE R G. Vibration power flow from machines into built-up structures, Part II: wave propagation and powerflow in beam-stiffened plates [J]. Journal of Sound and Vibration, 1980, 68(1): 77-96.
- [4] GOYDER H G D, WHITE R G. Vibration power flow from machines into built-up structures, Part III: power flow through isolation systems [J]. Journal of Sound and Vibration, 1980, 68(1): 97-117.
- [5] CUSCHIERI J M. Structural power flow analysis using a mobility approach on L shape plate [J]. J Acoust Soc AM, 1998, 87(3): 1159-1165.
- [6] VLAHOPOULOS N, ZHAO X. An investigation of power flow in the mid-frequency range for systems of co-linear beams based on a hybrid finite element formulation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 242(3): 445-473.
- [7] LI T Y, ZHANG W H, LIU T G. Vibrational power flow analysis of damaged beam structures [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 242(1): 59-68.
- [8] SUN L, LEUNG A Y T, LEE Y Y, et al. Vibration power-flow analysis of a MIMO system using the transmission matrix approach [J]. Mechanical System and Signal Processing, 2007, 21(1): 365-388.
- [9] 伍先俊,朱石坚.振动反馈主动控制的功率流计算方法研究 [J]. 船舶力学, 2009, 13(2): 298-304.
- WU X J, ZHU S J. A method to calculate the vibration power flow in the feedback vibration control system [J]. Journal of Ship Mechanicals, 2009, 13(2): 298-304. (In Chinese)
- [10] 刘敬平,付建勤,冯康,等.发动机废弃涡轮增压系统的能量流研究 [J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2011, 38(5): 48-53.
- LIU J P, FU J Q, FENG K, et al. A study on the energy flow of diesel engine turbocharged system [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2011, 38(5): 48-53. (In Chinese)
- [11] YANG J, XIONG Y P, XING J T. Vibration power flow and force transmission behaviour of a nonlinear isolator mounted on a nonlinear base [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 115: 238-252.
- [12] 张志田,吴肖波,葛耀君,等.悬索桥吊杆风致内共振及减振措施初探 [J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2016, 43(1): 10-19.
- ZHANG Z T, WU X B, GE Y J, et al. Wind induced internal resonance and the control method of suspension bridge hangers [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2016, 43(1): 10-19. (In Chinese)