文章编号:1674-2974(2019)09-0115-08

DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2019.09.013

# 考虑水平摩阻效应的交通荷载下路面沉降分析

张玲\*,欧强,赵明华

(湖南大学 岩土工程研究所,湖南 长沙 410082)

摘要:为分析计算高速公路水泥混凝土路面承载结构在交通荷载作用下的沉降,将路面结构视为黏弹性地基梁.在Kelvin 地基梁模型的基础上,考虑路面结构与路基土界面摩阻效应的影响,进而分析交通荷载下黏弹性地基有限长梁的瞬态问题,通过三角级数展开法和Laplace-Fourier 积分变换以及逆变换得到黏弹性地基梁在半正弦波荷载作用下的位移解析解.并研究分析了路基路面摩阻效应、荷载移动速度、路面结构刚度、路基竖向反力系数、路基阻尼等因素对路面沉降的影响.分析结果表明:路面沉降随车辆移动速度的增大而减小,随路 基黏滞阻力系数及路基刚度的增大而减小,随路面结构刚度及结构层高度的增大而减小,与此同时增大路面结构刚度还可减小路面的波动.

关键词:交通荷载;水平摩阻效应;积分变换;Kelvin 模型;地基梁 中图分类号:TU433 文献标志码:A

# Settlement Analysis of Pavement under Traffic Load with Consideration of Horizontal Frictional Effect

# ZHANG Ling<sup>†</sup>, OU Qiang, ZHAO Minghua

(Institute of Geotechnical Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract**: To analyze the settlement of bearing structure of the cement concrete pavement of highway under traffic loads, pavement structure was regarded as a viscoelastic foundation beam. The interfacial friction effect between the foundation beam and soil below was introduced into the Kelvin foundation beam model. Based on the Kelvin model and taking the interfacial friction forces into consideration, an analytical solution of settlement for the viscoelastic foundation beam under traffic load was proposed by using trigonometric series, Laplace – Fourier transform and inverse transformation. Influence parameter study was presented to quantify the effects of various factors, such as the interfacial friction of subgrade and pavement, velocity of moving load, pavement structure stiffness, the coefficient of vertical soil reaction and viscous damping of subgrade. The results show that the settlement of pavement increases with the decrease of moving load speed, deformation decreases with the increase of viscous damping or subgrade stiffness, and deformation decreases with the increase of pavement structure. Meanwhile, the wave phenomenon of pavement decreases with the increase of the pavement structure stiffness.

Key words: traffic load; horizontal frictional behavior; integral transforms; Kelvin model; foundation beam

\* 收稿日期:2018-06-10
 基金项目:国家自然科学基金资助项目(51678231,51208191), National Natural Science Foundation of China(51678231,51208191)
 作者简介:张玲(1982—),女,浙江临海人,湖南大学副教授,博士
 †通讯联系人, E-mail:zhanglhd@163.com

随着我国高速公路建设的迅猛发展,交通荷载 下高速公路路面结构的动力响应问题日趋突出.目 前,路面结构动力响应分析常用的方法是将结构层 视为置于(黏)弹性地基上的梁(板),采用弹性地基 梁(板)理论进行分析.因此,准确合理地计算分析 交通荷载下弹性地基梁受力变形对高速公路路面 结构的设计具有重要的工程意义.为此,国内外诸 多学者对地基梁(板)的动力响应进行了深入研究 与探讨[1-2],如 Kenny<sup>[3]</sup>研究得到了移动集中荷载作用 下不同地基阻尼的弹性地基无限长梁的稳态响应 解析解;Fryba等14-77进行了移动荷载作用下梁动力 问题的系统研究,引入了 Robust 可靠性理论分析无 限长梁的动态响应;Sun<sup>18</sup>利用留数定理求得了黏弹 性地基上梁挠度的一维无穷积分的完备解;Kim<sup>®</sup>利 用二维 Fourier 积分变换求解了弹性地基上简谐荷 载作用下无限长梁的动力方程;Dimitrovova<sup>100</sup>研究 了有限长梁在均匀移动荷载作用下的临界速度的 解析解;黄晓明等<sup>[11]</sup>用 Hankel-laplace 变换方法获 得了任意轴对称荷载作用下不考虑地基黏性的弹 性地基无限大板的挠度解;孙璐等四研究了移动线 源荷载作用下弹性地基上无限长梁的动态响应问 题:郑小平等四采用积分变换法求得了弹性地基上 无限长梁动力问题的一般解;张选兵等14利用积分 变换法求解了移动荷载下 Kelvin 地基上的无限长 梁的动力响应;蒋建群等四研究了黏弹性无限大板 的稳态响应;颜可珍等[16-17]对弹性和黏弹性地基梁 进行了对比分析,并得到了黏弹性双参数地基上矩 形板在受到运动常值荷载和运动谐和荷载作用 下的解析解,并对运动荷载下 Vlazov 地基梁进行了 研究.

上述研究大都基于 Winkler 地基模型或 Kelvin 模型,即只考虑地基竖向反力影响而忽略了梁与地 基界面摩阻效应影响.但是,当地基比较坚硬且地基 与梁的接触较为粗糙时,地基与梁之间的摩阻效应 明显是存在的.已有一些学者对传统地基梁理论进 行修正,在其变形和内力的计算中考虑该摩阻效应 的影响<sup>[18-20]</sup>,但仅针对静止荷载作用下地基梁的受 力变形分析,未考虑动力效应的影响.

为此,本文拟对传统的 Kelvin 地基梁模型进行 改进,考虑梁土界面水平摩阻效应的影响,对黏弹 性地基梁有限长梁的瞬态问题进行求解,并探讨分 析梁的物理参数、荷载移动速度、地基阻尼及模量 等对地基梁变形的影响,以期为路面结构层的设计 提供参考.

## 1 计算模型及基本方程的建立

沿行车方向取单位宽度水泥混凝土路面结构 板进行分析,并将其视为如图 1 所示地基梁:长 2*l*、 宽 *b* = 1.0 m、高 *h*,其上作用交通荷载 *P*(*x*,*t*),梁下 路基土视为黏弹性元件,即采用 Kelvin 模型模拟.



Fig.1 Calculation model for the force analysis of pavement

在  $0 \le x \le l$  内取微元体进行受力分析 (见图 2 地基梁微元段受力分析),由微元体 $\Sigma M = 0$ ,并略去 高阶小量,有:

$$M + Q \cdot dx + q_x \cdot \frac{h}{2} \cdot dx = M + dM \tag{1}$$

即有:

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} = Q + q_x \cdot \frac{h}{2} \tag{2}$$

式中:*M*、*Q*分别为地基梁横截面的弯矩和剪力;*q*<sub>x</sub> 为梁与其下地基土界面间的水平摩阻力,本文假设 该水平摩阻力为静摩擦力,大小为正压力(即梁下 竖向地基反力)乘以摩擦系数<sup>[21]</sup>,即:

 $q_x = \eta \cdot q_z$  (3) 式中: $\eta$  为摩擦系数; $q_z$  为竖向地基反力.采用 Kelvin

式中: $\eta$  为摩擦系数; $q_z$  为竖问地基因刀.未用 Kelvin 模型模拟, $q_z$  大小满足:

$$q_{z} = k \cdot w(x,t) + c \cdot \frac{\partial w(x,t)}{\partial t}$$
(4)

式中:k 为地基土的竖向反力系数;w(x,t)为地基梁的竖向沉降;c 为地基的阻尼系数.



Fig.2 Force analysis of the beam element

$$Q + f \cdot dx + q_z \cdot dx = Q + dQ + P(x,t) \cdot dx$$
(5)  

$$\square f:$$

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}x} = f + q_z - P(x,t) \tag{6}$$

式中:f为惯性力,由牛顿第二定律可知:

$$f = \rho h b \cdot \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial^2 t} \tag{7}$$

式中:ρ 为地基梁的密度.

将 
$$M = -EI \cdot \frac{d^2 w(x,t)}{dx^2}$$
以及式(6)代入式(2),整

理可得动荷载下黏弹性地基梁变形控制微分方 程为:

$$EI \cdot \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial^4 x} + k \cdot w(x,t) + c \cdot \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + \rho h b \cdot \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial^2 t} + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial q_x}{\partial x} = P(x,t)$$
(8)

式中:EI 为地基梁的抗弯刚度.

# 2 梁的沉降解析解

根据加载条件,位移函数 w(x,t)的初始条件可 表示为:

$$w(x,0) = w_1(x) = 0, \frac{\partial w(x,0)}{\partial t} = w_2(x) = 0$$
 (9)

将位移函数 w(x,t)展开为正弦三角级数形式:

$$w(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} w_m(t) \cdot \sin(\alpha_m x)$$
(10)

车辆在路面行驶时,路面所受到的动载可用冲 击荷载来模拟<sup>[22]</sup>,本文以半正弦波荷载曲线加载在 地基梁上<sup>[23]</sup>,将冲击荷载 *P*(*x*,*t*)沿 *x* 方向展开为正 弦级数,即:

$$P(x,t) = P(t)\sin(\alpha_{m}x) = \begin{cases} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{l} P(t)\sin(\alpha_{m}x_{0}) \cdot \sin(\alpha_{m}x), 0 \le t \le T \\ 0, \quad \pm c \end{cases}$$
(11)

式中: $\alpha_m = m\pi/2l;m$ 为无穷级数的第*m*项的下标;*T* 为移动荷载周期<sup>[24]</sup>;  $x_0$ 为荷载作用点;v为荷载运动 速度,瞬时荷载作用点 $x_0' = x_0 + vt$ .将式(10)(11)代 入式(8)中,整理可得:

$$EI \cdot w_{m}(t) \alpha_{m}^{4} + k \cdot w_{m}(t) + c \cdot \frac{\partial w_{m}(t)}{\partial t} + \rho h b \cdot \frac{\partial \alpha_{m}^{2}(t)}{\partial t^{2}} + k \cdot \eta \cdot w_{m}(t) \cdot \alpha_{m} \cdot (-\cot(\alpha_{m}x)) \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{l} \cdot P(t) \cdot \sin(\alpha_{m}x_{0})$$
(12)

为了简便起见,荷载作用于 x<sub>0</sub> 处,则强度为 P 的正弦冲击荷载可表示如下:

$$P(x,t) = \begin{cases} P \cdot \sin(\frac{\pi}{T} \cdot t) \cdot H(x - x_0), 0 \le t \le T \\ 0, \quad \not \exists \ \not t \end{cases}$$
(13)

式中:H为 Heaviside 阶跃函数,对式(12)、式(13)进行 Fourier-Laplace 变换,并结合初始条件式(9)可得:

$$EI \cdot \left(\alpha_{m}^{4} + \frac{k}{EI} - \frac{hk\eta\alpha_{m}\cot(\alpha_{m}x)}{2EI}\right) \cdot \overline{\widetilde{w}_{m}}(k,p) + cp\overline{\widetilde{w}_{m}}(k,p) + \rho hbp^{2}\overline{\widetilde{w}_{m}}(k,p) = \left\{\frac{P}{l}\sin(\alpha_{m}x_{0})\int_{0}^{+\infty}\sin(\frac{\pi}{T}t) \cdot e^{-pt}dt, 0 \leq t \leq T \\ 0, \quad \underline{\sharp}\underline{\dot{\Xi}}$$
(14)

式中: $\overline{\widetilde{w}}_{m}(k,p)$ 为 $\widetilde{w}(k,t)$ 的 Laplace 变换;p为 Laplace 参数,设

$$\overline{F}(k,p) = \frac{P}{l} \sin(\alpha_{m} x_{0}) \cdot \int_{0}^{+\infty} \sin(\frac{\pi}{T} t) \cdot e^{-pt} dt$$
整理式(14)可得:

$$\widetilde{w_{m}}(k,p) = F(k,p) \cdot [cp + \rho hbp^{2} + EI \cdot \left(\alpha_{m}^{4} + \frac{k}{EI} - \frac{hk\eta\alpha_{m}\cot(\alpha_{m}x)}{2EI}\right)]^{-1}$$
(15)

为了得到时域内地基梁的沉降值,必须对上式 进行积分反变换.根据 Laplace 变换和 Fourier 变换 的线性性质,先对函数进行哪种反变换并不影响最 终结果.据此,对式(15)进行 Laplace 反变换,利用拉 式卷积定理,式(15)可改写为:

$$\widetilde{w}(k,p) = \overline{F}(k,t) * L^{-1} \cdot \left[\rho h b \cdot \left(\frac{EI}{\rho h b} \alpha_{m}^{4} + \frac{k}{\rho h b} - \frac{h k \eta \alpha_{m} \cot(\alpha_{m} x)}{2\rho h b} + \frac{cp}{\rho h b} + p^{2}\right)\right]^{-1}$$
(16)

式中:\*L为 Laplace 卷积算子. 令  $\gamma = c/2\rho hb$ ,

$$\beta_{m} = \sqrt{\frac{EI \cdot \alpha_{m}^{4} + k - k \cdot \eta \cdot \alpha_{m} \cdot \cot(\alpha_{m}x) \cdot h/2}{\rho h b}} - \gamma^{2}, \text{根据}$$
  
复变函数 Browwich 围道积分及留数定理,即可对式  
(16)进行积分,对式(16)进行反 Laplace 变换,并把  
 $\overline{F}(k,p)$ 代入可得 0 < t < T 时 $\widetilde{w}_{m}(k,t)$ 为:

$$\widetilde{w}_{m}(k,t) = \frac{P \sin(\alpha_{m} x_{0})}{\rho h b l \beta_{m}} \cdot \int_{0}^{\infty} \left( e^{-\gamma(t-\tau)} \sin(\frac{\pi}{T} t) \sin[\beta_{m}(t-\tau)] \right) d\tau$$
(17)

对式(17)积分并结合式(10)可得:

$$\begin{split} \widetilde{w}_{m}(k,t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{P}{l\pi\rho hb} \cdot \\ \frac{\sin(\alpha_{m}x_{0}) \cdot \sin(\alpha_{m}x)}{\beta_{m} \cdot \left\{ \left[ \gamma^{2} + \left(\frac{\pi}{T} + \beta_{m}\right)^{2} \right] \cdot \left[ \gamma^{2} + \left(\frac{\pi}{T} - \beta_{m}\right)^{2} \right] \right\}} \cdot \\ & \left\{ \frac{\pi}{T} e^{-\gamma t} \cdot \left[ 2\beta_{m}\gamma \cdot \cos(\beta_{m}t) + \left(\gamma^{2} + \frac{\pi^{2}}{T^{2}} - \beta_{m}^{2}\right) \cdot \sin(\beta_{m}t) \right] + \\ & \beta_{m} \cdot \left[ \left(\gamma^{2} - \frac{\pi^{2}}{T^{2}} + \beta_{m}^{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{T}t\right) - 2\gamma\frac{\pi}{T} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) \right] \\ & 0 \leq t \leq T \end{split}$$

$$(18)$$

$$\begin{split} \widetilde{w}_{m}(k,t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{P\pi}{l\rho h b T} \cdot \\ \frac{\sin(\alpha_{m} x_{0}) \cdot \sin(\alpha_{m} x)}{\beta_{m} \cdot \left\{ \left[ \gamma^{2} + \left( \frac{\pi}{T} + \beta_{m} \right)^{2} \right] \cdot \left[ \gamma^{2} + \left( \frac{\pi}{T} - \beta_{m} \right)^{2} \right] \right\}} \cdot \\ &\left| e^{-\gamma t} \cdot \left[ 2\beta_{m} \gamma \cdot \cos(\beta_{m} t) + \left( \gamma^{2} + \frac{\pi^{2}}{T^{2}} - \beta_{m}^{2} \right) \cdot \sin(\beta_{m} t) \right] + \\ &\left| e^{-\gamma (t-T)} \cdot \left[ 2\gamma \beta_{m} \cdot \cos[\beta_{m} (t-T)] + \left( \gamma^{2} + \frac{\pi^{2}}{T^{2}} - \beta_{m}^{2} \right) \cdot \sin\frac{\pi}{T} (t-T) \right] \right|, \end{split}$$

再对式(18)(19)进行逆 Fourier 变换,可得沉降 函数,

$$w(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{P}{l\pi\rho hb} \cdot \frac{\sin(\alpha_{m}x_{0}) \cdot \sin(\alpha_{m}x) \cdot \cos k}{\beta_{m} \cdot \left\{ \left[ \gamma^{2} + \left(\frac{\pi}{T} + \beta_{m}\right)^{2} \right] \cdot \left[ \gamma^{2} + \left(\frac{\pi}{T} - \beta_{m}\right)^{2} \right] \right\}} \cdot \left[ \gamma^{2} + \left(\frac{\pi}{T} - \beta_{m}\right)^{2} \right] \right\}} \cdot \left[ \int_{0}^{+\infty} \left\{ \frac{\pi}{T} e^{-\gamma t} \cdot \left[ 2\beta_{m}\gamma \cdot \cos(\beta_{m}t) + \left(\gamma^{2} + \frac{\pi^{2}}{T^{2}} - \beta_{m}^{2}\right) \cdot \sin(\beta_{m}t) \right] + \right] dt, \\ \beta_{m} \left[ \left( \gamma^{2} - \frac{\pi^{2}}{T^{2}} + \beta_{m}^{2} \right) \sin\left(\frac{\pi}{T}t\right) - 2\gamma \frac{\pi}{T} \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) \right] \right] dt, \\ 0 \leqslant t \leqslant T$$

$$(20)$$

$$w(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{P\sin(\alpha_{m}x_{0}) \cdot \sin(\alpha_{m}x) \cdot \cos k}{l\rho h b T \beta_{m} \left[ \left[ \gamma^{2} + \left( \frac{\pi}{T} + \beta_{m} \right)^{2} \right] \cdot \left[ \gamma^{2} + \left( \frac{\pi}{T} - \beta_{m} \right)^{2} \right] \right]} \cdot \left[ \int_{0}^{+\infty} \left[ e^{-\gamma t} \left[ 2\beta_{m}\gamma\cos(\beta_{m}t) + \left( \gamma^{2} + \frac{\pi^{2}}{T^{2}} - \beta_{m}^{2} \right) \sin(\beta_{m}t) \right] + e^{-\gamma t - T} \left[ 2\gamma\beta_{m}\cos\beta_{m}(t - T) + \left( \gamma^{2} + \frac{\pi^{2}}{T^{2}} - \beta_{m}^{2} \right) \sin\frac{\pi}{T}(t - T) \right] \right] dt,$$

$$t > T$$

$$(21)$$

## 3 算例及参数分析

为验证本文结果的合理性,根据前文推导的结果,利用数值计算工具 Matlab 进行编程分析计算文 献[25]中的工程案例,为便于比较,计算参数同文献 [25],长度取 20 m,地基梁抗弯刚度  $EI = 1.35 \times 10^5$  kN ·m<sup>2</sup>,单位长度的质量 m = 375 kg/m,地基弹簧刚度 k= 68.9 MPa,动荷载的幅值 P = 50 kN,黏滞阻力系数 c = 0.32 MPa/m,荷载移动速度 v = 30 m/s.

由于文献[25]未考虑水平摩阻效应,此处为了 便于比较,令 $\eta = 0.$ 本文方法计算t = T/2s时刻,其 中T为荷载作用周期,T/2s为荷载幅值最大的时 刻,沿荷载运动方向(座标原点取在x=0处)±10 m 范围内,即 $x \in [-10,10]$ 不同点的路面沉降结果,其 结果与文献[25]的比较如图 3 (a)所示.由图 3(a)可 见,本文的计算结果与文献[25]的结果非常接近,计 算所得的路面结构层的沉降值在数值上与文献[25] 的结果基本一致.图 3(b)为x=0点处挠度随时间变 化的过程,由图亦可见,本文的计算结果与文献[25] 的结果吻合良好,由此可知本文方法的合理性.



## 3.1 水平摩阻效应对路面沉降的影响

为进一步研究路面结构层与路基接触面摩阻 效应对路面沉降的影响,将路面结构层视为黏弹性 地基梁,地基与梁的计算参数取 *P*=100 kN,*c*=0.2 MPa/m,*v*=30 m/s,其余参数同算例,*t*= *T*/2 s 时刻,沿 荷载运动方向(座标原点取在 *x*= 0 处)±10 m 范围 内不同点的路面沉降计算结果.

由图 4 可知,移动荷载下,路面结构与路基界 面水平摩阻效应对路面沉降有较大影响. 当摩擦系 数  $\eta=0.1$  时,路面最大沉降值  $w_{max}$  为 0.375 7 mm,比 不考虑水平摩阻效应时(wmax=0.5107mm)减小了 26.43%; η=0.3 时,路面最大沉降值 wmx 为 0.213 4 mm,比不考虑水平摩阻效应时减小了  $63.44\%; 当 \eta$ = 0.5 时, w<sub>max</sub> 减小了 79.29%. 即摩擦系数 η 取值越 大,路基路面接触越粗糙,该界面摩阻效应对路面 沉降的减小作用就越明显,但减小的幅度随摩擦系 数增大而减缓.此外,由图4亦可见,若考虑水平摩 阻效应,即 η≠0 时,路面沉降计算曲线出现局部波 动,其主要原因可能是由于本文理论分析时未考虑 地基土不能抗拉的情况,即当梁和地基脱空以后, 实际的竖向地基反力 q。应为零. 而本文计算理论未 考虑这一影响,当梁和地基脱空时,计算水平切应 力仍是取地基反力(此时 q<sub>a</sub> 表现为拉力)乘以摩阻 系数,导致水平切应力的突变,使路面结构在动荷 载下受到了拉弯和压弯的交变应力作用,以致出现 波动.





图 5 为不同摩擦系数时,x=0处的路面沉降值  $w_0$ 随时间 t 的变化情况. 由图 5 可见,基于本文方法 在一个荷载周期 T 内, $w_0$ 随时间 t 的增加而呈现正 弦函数的增大趋势,且摩擦系数越大,增加的幅度 反而越小. 若不考虑水平摩阻效应影响,即 $\eta=0$ ,当 t 从 0.02 s 增加到 0.06 s 时, $w_0$  从 0.038 4 mm 增至 0.3149 mm,增加的幅度为 6.913 mm/s;若取  $\eta$ =0.3, 相同条件下 (t 从 0.02 s 到 0.06 s), $w_0$  增幅为 2.93 mm/s;若取  $\eta$ =0.5,则  $w_0$  增幅为 1.435 mm/s.



#### 3.2 荷载移动速度对路面沉降的影响

图 6 为车辆荷载移动速度对路面沉降的影响. 考虑到我国高速公路速度范围为 60~120 km/h,故 取荷载移动速度 v 的变化范围为 16~32 m/s.计算时  $\eta = 0.3, t = T/2$  s,其他参数同上.如图 6 所示,幅值 一定的动荷载作用下,路面沉降关于荷载作用点呈 对称分布;而且交通荷载的移动速度对路面沉降有 较大影响,荷载移动速度越大,路面沉降越小,换言 之,轴载相同的情况下,车辆行驶速度越低,对路面 结构的影响越大,这与文献[23]的研究结果一致.图 6 中,当荷载移动速度 v 从 16 m/s 增大到 24 m/s 时, 路面最大沉降值  $w_{max}$  从 0.252 9 mm 减至 0.169 5 mm,减小了 32.97%;当 v 继续增大到 32 m/s,路面 沉降持续减小(较 v=16 m/s 时,减幅达 49.31%).





图 7 为不同路面结构层厚度时路面最大沉降 值 wmax 随交通荷载移动速度 v 的变化情况.由图 7 可见,路面最大沉降值 wmax 随荷载移动速度 v 的增 大而减小,当 v <28 m/s 时, wmax 随 v 的增大急剧减 小;当 v >28 m/s 以后, wmax 随 v 的增大缓慢减小, 即 当 v >28 m/s 以后荷载移动速度对路面沉降的影响 显著减小.此外,结构层厚度 h 对 wmax 也有影响, 相 同荷载移动速度时, h 越大,路面沉降越小, 这种减 小的趋势随 v 的增大而减小.



### 3.3 黏性阻尼对路面沉降的影响

图 8 表示 h=0.26 m、v=28 m/s、η=0.3 时不同黏 滞阻力系数 c 下路面沉降情况.由图可见,随着黏滞 阻力系数的增大,路面沉降逐渐减小,而且其减小 作用逐渐减弱.



Fig.8 Effect of viscous damping coefficient on settlement

# 3.4 单元弹簧刚度的影响

图 9 为不同竖向地基反力系数下路面沉降情

况. 由图 9 可见,路面沉降随路基的竖向地基反力 系数的增大而逐渐减小,而且减小的幅度逐渐变缓. 计算时 η = 0.3,当单元弹簧刚度 k 从 10 MN/m<sup>2</sup> 增 大到 50 MN/m<sup>2</sup>,路面最大沉降值 w<sub>max</sub> 从 0.256 4 mm 减至 0.111 8 mm,减小了 56.40%,当 k 进一步增大 到 100 MN/m<sup>2</sup> 时,w<sub>max</sub> 减至 0.071 07 mm,较 k =10 MN/m<sup>2</sup> 时减少了 72.28%,但较 k=50 MN/m<sup>2</sup> 时只减 少了 13.84%.显然,竖向地基反力系数愈大,则单元 弹簧刚度,也即路基刚度愈大,路基对路面结构可 提供的竖向反力愈大,根据本文模型,地基梁愈不 易发生挠曲变形.因此,适当增大路基刚度可有效 地减小路面沉降.但当路基刚度增大到一定程度以 后,其对路面结构变形的减小作用变缓,故工程设 计中不能盲目地通过无限制增加路基刚度来减小 路面沉降.



Fig.9 Settlement of pavement by various spring stiffness

### 3.5 路面抗弯刚度对路面沉降的影响

其他参数保持不变,改变路面结构层抗弯刚度 EI,变化范围 0.055~20 GPa,路面沉降值计算结果如 图 10 所示.由图可知,结构层刚度对路面沉降有较 大影响,且路面最大沉降值随路面结构抗弯刚度的 增大而减小.当EI<5 GPa时,在荷载作用点附近有 较大的竖向位移,在距荷载作用点4m以外均出现 了较小的反向位移,即出现了路面结构和路基局部 脱空的现象,而且当 EI<0.055 GPa时路面开始出现 不稳定的波动变形;当 EI>5 GPa时,路面变形为荷 载作用方向的单一方向变形,不再有反向变形的出 现;呈现中间大两边小的常规变形趋势,且在数值 上均有较大幅度的改善,但当 EI>10 GPa以后,继续 增大路面结构抗弯刚度对路面沉降的减小作用趋



Fig.10 Settlement of pavement by various flexural stiffness

# 4 结 论

运用 Laplace-Fourier 变换以及其逆变换和正 弦级数展开法对常速移动点荷载作用下黏弹性地 基有限长梁进行了分析,求得了梁的动力响应的解 析解.采用本文的解析解研究分析了梁土界面摩阻 效应、荷载移动速度、地基阻尼及路面抗弯刚度等 各因素对交通荷载作用下路面沉降的影响,分析结 果表明:

1)交通荷载作用下,取接触面摩擦系数 η =
 0.3,考虑水平摩阻力路面沉降较不考虑水平摩阻力的结果减小了 50%左右.

2)荷载的移动速度对路面结构的沉降有较大 影响,移动速度越小,路面沉降越大,因而在路面设 计时必须适当考虑车辆荷载的速度影响.

3)路基土黏滞性阻尼及其刚度对路面沉降也 有较为明显的影响,路面最大沉降量随地基土的黏 性阻尼及刚度的增大而逐渐减小,但减小的幅度逐 渐放缓.因此,增大路基土黏滞性或提高其地基刚度 都能有效地减小车辆荷载下路面的沉降,延长路面 的使用寿命.

4)路面结构层的抗弯刚度对路面沉降的影响 较结构层厚度显著,适当增大路面结构层的厚度可 减小路面沉降,增大路面结构抗弯刚度可明显减少 路面沉降,与此同时还可减小路面的波动.故在路面 结构设计时需综合考虑,选取最优路面结构层厚度

## 和路面结构刚度.

## 参考文献

[1] 杨成永,寇鼎涛,程霖,等.对称荷载作用下弹性地基梁的傅里
 叶级数解[J].湖南大学学报(自然科学版),2018,45(3):136 141.

YANG C Y, KOU D T, CHENG L, *et al.* Fourier series solution for elastic foundation beams under symmetric loads [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2018, 45 (3):136–141. (In Chinese)

[2] 庄妍,王孟,王康宇.移动荷载作用下结构弹塑性安定分析方法 及其应用研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2018,45(7): 93-102.

ZHUANG Y, WANG M, WANG K Y. Study on shakedown analysis method of elastic-plastic structures under moving loads structures and its application [J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2018, 45(7):93-102. (In Chinese)

- [3] KENNY J T. Steady-state vibration of beam on elastic foundation for moving load [J]. Journal of Applied Mechanics, 1954, 21:359– 364.
- [4] FRYBA L. Vibration of solids and structures under moving loads
   [M]. London: Thomas Telford, 1999:124-126.
- [5] BEN-HAIM Y, FRYBA L, YOSHIKAWA N. Robust reliability of dynamically loaded beam on an uncertain foundation [C]// Kumar B, Topping, BHV. Computing Developments in Civil and Structural Engineering. 7th International Conference on Civil and Structural Engineering. Oxford : Civil Computer Press, 1999:71-75.
- [6] YAU J D, FRYBA L. A quasi-vehicle/bridge interaction model for high speed railways [J]. Journal of Mechanics, 2014, 31(2):217– 225.
- YAU J D, FRYBA L. Interaction dynamics of a high-speed train moving on multi-span railway bridges with support settlements [C] //Sas P, Moens D, Denayer H. Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA2014) and International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics (USD2014); International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA). Leuven: Katholieke University of Lauven, 2014:955—963.
- [8] SUN L. A closed-form solution of beam on viscoelastic subgrade subjected to moving loads [J]. Computers and Structures, 2002, 80 (1):1-8.
- [9] KIM S M. Vibration and stability of axial loaded beams on elastic foundation under moving harmonic loads [J]. Engineering Structures, 2004, 26:95–105.
- [10] DIMITROVOVA Z. Critical velocity of a uniformly moving load on

- [11] 黄晓明,邓学钧. 文克勒地基上板在动荷载下的挠度计算方法
  [J]. 东南大学学报, 1989, 19(6):55—60.
  HUANG X M, DENG X J. Calculation method of plate on winkler foundation under transient load [J]. Journal of Southeast University, 1989, 19(6):55—60. (In Chinese)
- [12] 孙璐,邓学钧. 匀速运动的线源荷载激励下无限长梁动力分析
  [J].应用数学和力学,1998,19(4):341—347.
  SUN L, DENG X J. Dynamic analysis to infinite beam under a moving line load with uniform velocity [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1998, 19(4):341—347.(In Chinese)
- [13] 郑小平,王尚文,陈百屏.弹性地基无限长梁动力问题的一般解
  [J].应用数学和力学,1991,12(7):593—597.
  ZHENG X P, WANG S W, CHEN B P. General solution for dynamical problem of infinite beam on an elastic foundation [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1991,12 (7):593—597. (In Chinese)
- [14] 张选兵,罗先启,葛修润,等. 双参数弹性地基上板承受冲击荷载的动力响应的解析解 [J]. 岩石力学与工程学报,2001,20 (6):846-850.

ZHANG X B, LUO X Q, GE X R, *et al.* Analytical solution on dynamic response of rectangular plate with free edges on two parameters elastic foundation under impact load [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20 (6):846–850. (In Chinese)

- [15] 蒋建群,周华飞,张土乔.移动荷载下黏弹性地基上无限大板的 稳态响应[J].中国公路学报,2006,19(1):6—11.
  JIANG J Q,ZHOU H F,ZHANG T Q. Steady state response of infinite plate on visco-elastic foundation subjected to moving load [J].
  China Journal of Highway and Transport,2006,19 (1):6—11.(In Chinese)
- [16] 颜可珍,夏唐代.双参数地基矩形板在运动荷载下的动力响应 分析[J].哈尔滨工业大学学报,2006,38(6):972-974,1011-1012.

YAN K Z, XIA T D. Dynamic response of rectangular plate on twoparameter foundation to moving load [J]. Journal of Harbin Institute of Technology University, 2006, 38 (6):972—974, 1011— 1012.(In Chinese)

[17] 颜可珍,吴建良,夏唐代,等.运动荷载作用下 Vlazov 地基上梁 的动力分析 [J]. 湖南大学学报(自然科学版),2007,34(12): 11-14.

YAN K Z, WU J L, XIA T D, *et al.* Dynamic analysis of beam subjected to moving load on Vlazov subgrade [J]. Journal of Hunan U- niversity(Natural Sciences), 2007, 34(12):11-14.(In Chinese)

[18] 谈至明. 具有水平摩阻力的弹性地基上梁的解 [J]. 力学与实 践, 1997, 19(3): 33-35.

TAN Z M. Solution of beams on elastic foundation with horizontal friction resistance [J]. Mechanics in Engineering, 1997, 19(3): 33—35.(In Chinese)

- [19] 赵明华,张玲,马缤辉,等.考虑水平摩阻力的弹性地基梁非线性分析[J]. 岩土工程学报,2009,42(7):106—112.
  ZHAO M H,ZHANG L, MA B H, et al. Nonlinear analysis of beams on elastic foundation with consideration of horizontal resistance[J].
  China Civil Engineering Journal, 2009,42(7):106—112.(In Chinese)
- [20] ZHANG L, ZHAO M H, ZOU X W, et al. Analysis of geocell-reinforced mattress with consideration of horizontal-vertical coupling [J]. Computers and Geotechnics, 2010, 37(6):748–756.
- [21] 赵明华,张玲,刘敦平.考虑摩阻效应的弹性地基梁幂级数解
  [J].铁道学报,2010,32(6):72-77.
  ZHAO M H,ZHANG L,LIU D P. Power-series analytic solutions for the finite beam on elastic foundation with consideration of Interface Resistance [J]. Journal of the China Railway Society, 2010,32(6):72-77.(In Chinese)
- [22] 邓学钧. 车辆-地面结构系统动力学研究[J]. 东南大学学报(自然科学版),2002,32(3):474-479.
  DENG X J. Study on dynamics of vehicle-ground pavement structure system [J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition),2002,32(3):474-479. (In Chinese)
- [23] 董泽蛟,谭忆秋. 沥青路面动力响应研究[M]. 北京:科学出版 社,2015:17-20.
   DONG Z J, TAN Y Q. Study on dynamic response of asphalt pave-

ment[M]. Beijing: Sceience Press, 2015:17-20.(In Chinese)

- [24] 张颖,交通荷载下高速公路低路堤沉降研究[D]. 上海:上海交 通大学船舶海洋与建筑工程学院,2013:20-22.
  ZHANG Y. Study on traffic -load -induced settlement of highway low embankment [D]. Shanghai:School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, 2013: 20-22.(In Chinese)
- [25] 周华飞,蒋建群,张土乔.移动荷载下 Kelvin 地基上无限长梁的稳态响应[J].浙江大学学报(工学版),2004,38(10):1328-1333.

ZHOU H F, JIANG J Q, ZHANG T Q. Steady-state response of infinite beam on Kelvin foundation under moving loads [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2004, 38 (10): 1328–1333. (In Chinese)