

弧齿锥齿轮接触与弯曲强度 ISO 与 AGMA 标准比较及有限元验证^{*}

周长江^{1†}, 龙继国¹, 王昊辰¹, 唐进元²

(1. 湖南大学 汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 湖南 长沙 410082;

2. 中南大学 高性能复杂制造国家重点实验室, 湖南 长沙 410083)

摘要: 齿轮强度标准在行业中贯标率较低, 使得基于不同标准得到的齿轮产品设计结果缺乏通用性. 以应用较广的 ISO 10300—2014 和 ANSI/AGMA 2003—B97 标准为对象, 研究弧齿锥齿轮接触与弯曲强度计算标准的差别, 探讨两种标准中各设计量与修正系数的定义方法、取值及对轮齿强度的影响. 设计多组算例比较两种标准下齿形与工作参数对接触和弯曲强度的作用, 并通过有限元接触分析对其进行验证. 结果表明, 由于参数的定义和取值不同, 两种标准计算的接触与弯曲强度差别较大. 有限元接触分析与两种标准的计算值比较显示, 综合考虑材料的疲劳强度极限与齿轮结构强度, 结合接触和弯曲强度的安全系数来评估弧齿锥齿轮的承载能力更为合理.

关键词: 弧齿锥齿轮; ISO 与 AGMA 标准; 接触强度; 弯曲强度; 有限元接触分析

中图分类号: TH132

文献标志码: A

Comparative Analysis of Contact and Bending Strength Using ISO and AGMA Standards in Spiral Bevel Gears with Numerical Verification

ZHOU Changjiang^{1†}, LONG Jiguo¹, WANG Haochen¹, TANG Jinyuan²

(1. State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. State Key Laboratory of High Performance Complex Manufacturing, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Lower implement ratio of gear strength standard still occurs in the industrial applications, which results in lack of generality for the design of gear products based on different standards. Comparative analysis of contact and bending strength using ISO 10300—2014 and ANSI/AGMA 2003—B97 standards for spiral bevel gears is carried out, which is verified by finite element contact analysis in this paper. The differences for the definition and evaluation methods of the design parameters and the correction factors between the above two standards are investigated. The effects of geometrical and working parameters of a spiral bevel gear pair on contact and bending strength are illustrated subsequently and discussed briefly. The results show that the maximum contact and bending stresses calculated by the two gear standards are largely deviated, which are closely relative to the definition and evaluation methods of the design parameters and correction factors. Furthermore, the comparative results of finite element contact analysis and the

* 收稿日期:2017-11-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51675168), National Natural Science Foundation of China(51675168); 湖南省重点研发计划项目(2016JC2001), Key Research and Development Program of Hunan Province(2016JC2001); 高性能复杂制造国家重点实验室开放基金项目(Kfkt2017-10), Open Research Fund of Key Laboratory of High Performance Complex Manufacturing(Kfkt2017-10)

作者简介:周长江(1975—), 男, 湖南溆浦人, 湖南大学教授, 博士生导师

† 通讯联系人, E-mail: yangtsezhou@hnu.edu.cn

calculation results from the gear standards indicate that the fatigue strength limit of gear material and the gear strength are necessary to be included simultaneously. These results also show that a more reasonable determination of load capacity in spiral bevel gears is attained according to the safety factors of contact and bending strength.

Key words: spiral bevel gear; ISO and AGMA standards; contact strength; bending strength; finite element contact analysis

弧齿锥齿轮是重要的基础传动件,主要应用于大型飞行器、重型车辆、能源与海洋装备等^[1]. 齿轮强度计算是齿轮标准及产品设计的核心,国际上应用最为广泛的是 ISO 10300—2014^[2-4]和 ANSI/AGMA 2003—B97^[5]标准. ISO 标准由国际标准技术委员会制订,适用于等高齿与渐缩齿锥齿轮的接触与弯曲强度计算;AGMA 标准由美国齿轮制造协会制订,适用于直齿锥齿轮、零度锥齿轮、弧齿锥齿轮的疲劳点蚀和弯曲强度计算. 我国现行的 GB/T 10062—2003《锥齿轮承载能力计算方法》,根据 ISO 10300—2001 标准转化制订. 标准是齿轮质量的重要保障,但由于标准化投入少且基础数据缺乏,使我国的自制齿轮标准适应性较差,贯标率较低^[6]. 因此,现用的标准较难适应多样化的齿轮产品设计.

ISO 和 AGMA 齿轮标准及其适应性,一直受到学界与行业的关注. 早在 1984 年, Dudley^[7]对两种标准关于渐开线圆柱齿轮的计算方法进行了系统的比较研究;1990 年,梅宏修^[8]重点分析了两种标准中动载系数的定义与取值方法. Labath 等^[9-10]研究显示,根据 ISO 和 AGMA 标准计算出的齿轮强度与齿形、螺旋角、压力角等参数密切相关. 周长江等^[11]对两种标准中直齿圆柱齿轮的设计步骤、计算式及系数含义进行了分析,通过将两种标准计算的齿根应力与有限元仿真结果进行对比,指出两种标准的计算值均比较保守. Kawalec 等^[12]研究显示,有限元法计算的直齿与斜齿轮齿根应力比 ISO 标准的计算值小,但比 AGMA 标准的计算值大. 近几年,吴昌林等^[13]采用分类比较法,考虑两种标准中弯曲与接触疲劳强度极限差异,分析了修正系数与齿形参数对渐开线圆柱齿轮强度的影响. 邹又名等^[14]不计上述疲劳强度极限的差异,重点研究了 ISO(2001)和 AGMA 标准中锥齿轮参数对轮齿强度的作用.

ISO 与 AGMA 两种齿轮标准关于齿轮接触与弯曲强度的解析计算式,分别基于 Hertz 接触理论和 Lewis 悬臂梁模型. 近代数值方法与测试技术的

发展,为传统的弧齿锥齿轮强度计算标准提供了较好的验证手段. 1981 年, Krenzer^[15]对弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮进行了加载分析,计算出齿面载荷分布及轮齿变形. Chen Liangyu 等^[16]采用加载接触分析(LTCA)和有限单元法计算出弧齿锥齿轮的齿根应力,并试验验证了计算结果的正确性. 方宗德等^[17-18]采用 LTCA 和有限元接触分析法,研究了弧齿锥齿轮齿面接触应力沿接触路径的优化方法与齿根弯曲应力的变化规律; Litvin 等^[19-20]则基于微分几何与啮合原理建立了精确的弧齿锥齿轮几何模型,对弯曲应力与接触应力进行了计算. Simon^[21]采用有限单元法编程分析了弧齿锥齿轮的齿形参数与加载位置对齿根应力的影响,并通过回归分析与差补函数得到了不同啮合点的轮齿变形及齿根应力方程. Handschuh 等^[22]则利用有限元法和试验法研究了转速和转矩对弧齿锥齿轮弯曲应力的影响. Hottait 等^[23]采用类似的方法研究了含安装误差准双曲面齿轮的齿根应力分布规律. 邓效忠等^[24]通过 LTCA 分析和齿根动态应力测试,对所提出的高重合度弧齿锥齿轮的改进设计方法进行了验证. 李源等^[25]进行了齿轮连续动态啮合过程的仿真,研究了轮齿的动态啮合齿面接触和齿根弯曲疲劳性能.

综上所述,文[7—13]关于 ISO 和 AGMA 两种标准的对比研究对象均为渐开线圆柱齿轮,对比结果显示两种标准的计算结果存在较大的差异. 文[14]对 ISO(2001)与 AGMA 锥齿轮强度标准进行了比较研究,但在采用两种标准计算齿轮强度时,取了相同的材料疲劳极限值,实际上两种标准关于相同材料的疲劳极限取值有较大差别. 本文拟在考虑齿轮材料强度极限差异的同时,研究 ISO(2014)和 AGMA(2003)标准. 新制订的 ISO 标准删减了旧标准中的节点区域系数,新增了准双曲面系数、当量圆柱齿轮垂直接触线相对曲率半径;旧标准的接触强度计算式中的螺旋角系数,在新标准的弯曲强度计算式中予以考虑且表达符号不同,新的接触强度计算式中不再含有该系数. 通过对新版的两种齿轮标

准进行比较研究和齿轮参数对轮齿强度的影响度分析,旨在探索面向同一齿轮产品设计中各标准得出不同结果的原因.另外,拟通过有限元接触分析法与上述两种标准的计算结果进行比较,探讨不同标准的设计余量与适应度.

1 强度计算原理比较

ISO 和 AGMA 齿轮标准中接触与弯曲强度计算式,均分别基于 Hertz 接触理论与 Lewis 悬臂梁理论.两种齿轮标准中,强度分析时定义的计算基准不同,计算式的表达形式及引入的修正系数亦不一致.因此,面向同样的齿轮产品设计时,根据不同标准得到的计算结果和齿轮结构参数有时会存在较大的差别.

关于弧齿锥齿轮的强度计算,ISO 标准采用齿宽中点处当量圆柱齿轮参数为基准参数.接触强度计算是以齿面最大接触应力点作为判定齿面抗点蚀能力的依据;弯曲强度计算则是以齿根危险截面处最大拉应力作为名义齿根应力,引入修正系数后得出计算齿根应力.AGMA 标准中以弧齿锥齿轮大端参数为基准参数,进行齿轮的强度计算.其中,以两啮合齿面间的赫兹接触应力作为分析接触强度的依据,考虑齿间载荷分配和加工误差引起的载荷集中对计算式进行修正;弯曲强度计算则是基于悬臂梁模型及“30°切线法”确定的齿根危险截面推导出最大弯曲拉应力,并在计算式中引入相关修正系数.

2 强度计算式比较

2.1 接触强度计算式比较

ISO 10300—2014 标准中,弧齿锥齿轮接触强度计算的基本表达式为

$$\sigma_H \leq \sigma_{HP} \tag{1}$$

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_{mt}}{l_{bm}\rho_{mli}\cos\alpha_n\cos\beta_{ml}}} \times Z_{M-B}Z_{LS}Z_EZ_K \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \tag{2}$$

$$F_{mt} = 2\ 000 T_1 / d_{ml} \tag{3}$$

$$\sigma_{HP} = \sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_X Z_L Z_V Z_R Z_W Z_{H\gamma} \tag{4}$$

$$S_H = \frac{\sigma_{HP}}{\sigma_H} \geq S_{H,min} \tag{5}$$

ANSI/AGMA 2003—B97 标准中,弧齿锥齿轮接触强度计算的基本表达式为:

$$\sigma_H \leq \sigma_{HP} \tag{6}$$

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{2\ 000 T_1}{b d_{e1}^2 Z_1} K_A K_V K_{H\beta} Z_X Z_{Xc}} \tag{7}$$

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_W}{S_H K_\theta Z_Z} \tag{8}$$

$$P_{az} = \frac{n_1 b}{1.91 \times 10^7 K_V K_{H\beta} K_A Z_X Z_{Xc}} \times \left(\frac{\sigma_{Hlim} d_{e1} Z_{NT} Z_W}{S_H Z_Z K_\theta Z_Z} \right)^2 \tag{9}$$

为便于比较 ISO 与 AGMA 标准中的接触应力计算式,将式(2)改写为:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{2\ 000 T_1}{d_{ml} l_{bm} \rho_{mli} \cos\alpha_n \cos\beta_{ml}}} Z_{M-B} Z_{LS} Z_E Z_K \times \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \tag{10}$$

式(1)~(10)中,两种计算标准中设计参数及相关修正系数含义见表 1 与表 2.

表 1 弧齿锥齿轮接触强度的设计参数比较
Tab. 1 Design parameters comparison of contact strength for spiral bevel gears

ISO		AGMA	
参数	含义	参数	含义
$\sigma_H / (N \cdot mm^{-2})$	计算接触应力	$\sigma_H / (N \cdot mm^{-2})$	计算接触应力
$\sigma_{HP} / (N \cdot mm^{-2})$	许用接触应力	$\sigma_{HP} / (N \cdot mm^{-2})$	许用接触应力
$\sigma_{Hlim} / (N \cdot mm^{-2})$	接触疲劳极限应力	$\sigma_{Hlim} / (N \cdot mm^{-2})$	接触疲劳极限应力
F_{mt} / N	锥齿轮名义切向力	$T_1 / (N \cdot m)$	小齿轮工作转矩
l_{bm} / mm	齿宽中点接触线长度	b / mm	齿宽
d_{ml}	小齿轮齿宽中点分度圆直径	d_{e1} / mm	小齿轮大端节圆直径
ρ_{rel} / mm	当量圆柱齿轮垂直接触线的相对曲率半径	$P_{az} / (r \cdot min^{-1})$	接触强度许用传动功率
$S_{H,min}$	接触强度最小安全系数	S_H	接触强度最小安全系数
S_H	接触强度计算安全系数		
$\alpha_n / (^\circ)$	法向压力角		
$\beta_{ml} / (^\circ)$	齿宽中点螺旋角		

弧齿锥齿轮接触强度计算式比较:两种标准采用的基准参数不一样,ISO 标准接触应力计算式(10)中, F_{mt} 、 d_{ml} 和 ρ_{rel} 等为齿宽中点处当量圆柱齿轮的参数;AGMA 标准接触应力计算式(7)中, d_{e1} 为大端参数.两种标准的计算接触应力表达式均含有系数 $\sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}$,ISO 标准中采用 $K_{H\beta}$ 和 $K_{H\alpha}$ 两个修正系数分别考虑齿向载荷分布不均与齿间载荷分配不均对接触应力的影响;AGMA 标准中则采用参数 $K_{H\beta}$ 同时考虑齿向与齿间载荷分配不均的影响

响. ISO 标准中其他修正系数不含开方运算; AGMA 标准中除了弹性系数 Z_E , 其他系数均含有开方运算. 部分修正系数表达式的差异, 是两种标准中这些系数含义相同但取值不一样的重要原因.

表 2 弧齿锥齿轮接触强度的修正系数比较
Tab. 2 Correction factors comparison of contact strength for spiral bevel gears

影响因素	ISO	AGMA
载荷系数	使用系数 K_A	过载系数 K_A
	动载系数 K_V	动载系数 K_V
	齿向载荷分布系数 $K_{H\beta}$	载荷分布系数 $K_{H\beta}$
	齿间载荷分配系数 $K_{H\alpha}$	
几何参数	中间区域系数 Z_{M-B}	
	载荷分担系数 Z_{LS}	几何系数 Z_I
	锥齿轮系数 Z_K	鼓形系数 Z_{XC}
	准双曲面系数 Z_{Hyp}	
弹性系数	尺寸系数 Z_X	尺寸系数 Z_X
	弹性系数 Z_E	弹性系数 Z_E
寿命系数	寿命系数 Z_{NT}	寿命系数 Z_{NT}
	齿面硬化系数 Z_W	
材料特性参数	润滑剂系数 Z_L	硬度比系数 Z_W
	粗糙度系数 Z_R	温度系数 K_θ
	速度系数 Z_V	
安全系数	最小安全系数 $S_{H,min}$	可靠性系数 Z_Z 安全系数 S_H

许用接触应力计算式比较: ISO 标准中许用接触应力式(4)考虑的影响因素较为全面, 引入的修正系数较多, 如寿命系数 Z_{NT} 、尺寸系数 Z_X 、润滑剂系数 Z_L 、粗糙度系数 Z_R 、速度系数 Z_V 、工作齿面硬化系数 Z_W 和准双曲面系数 Z_{Hyp} ; AGMA 标准中许用接触应力式(8)考虑的影响因素相对较少, 仅引入寿命系数 Z_{NT} 、硬度比系数 Z_W 、温度系数 K_θ 、可靠性系数 Z_Z 和安全系数 S_H . AGMA 标准的许用接触应力值与安全系数有关; ISO 标准中许用接触应力值与安全系数无关. ISO 标准中的参数 S_H 与 AGMA 标准中的参数 S_H 含义不同, 前者为计算安全系数, 后者为安全系数. AGMA 标准中的安全系数考虑了设计分析、材料特性和加工质量等影响因素, 系数取值需要考虑齿轮材料、结构与使用工况等因素.

弧齿锥齿轮强度校核计算式比较: ISO 标准中是通过比较计算安全系数与最小安全系数来评估齿轮的接触强度, 等效于比较计算接触应力与许用接触应力值; AGMA 标准中, 通过比较计算接触应力与许用接触应力值来评估接触强度, 没有计算安全系数这一评估指标. 此外, AGMA 标准中定义了许用接触功率, 当输入功率小于许用接触功率时则满足强度条件. 该判定方法与 ISO 标准的判定方法差

别较大, 可比性较弱.

2.2 弯曲强度计算式比较

ISO 10300—2014 标准中, 弧齿锥齿轮弯曲强度计算的基本表达式为:

$$\sigma_F \leq \sigma_{FP} \quad (11)$$

$$\sigma_F = \frac{F_{vmt}}{b_v m_{mn}} Y_{Fa} Y_{sa} Y_\epsilon Y_{BS} Y_{LS} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} \quad (12)$$

$$F_{vmt} = F_{mt} \frac{\cos \beta_v}{\cos \beta_{m1}} \quad (13)$$

$$\sigma_{FP} = \sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT} Y_{\text{relT}} Y_{ReT} Y_X \quad (14)$$

$$S_F = \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_F} \geq S_{F,min} \quad (15)$$

ANSI/AGMA 2003—B97 标准中, 弧齿锥齿轮弯曲强度计算的基本表达式为:

$$\sigma_F \leq \sigma_{FP} \quad (16)$$

$$\sigma_F = \frac{2\,000 T_1 K_A K_V Y_X K_{H\beta}}{b d_{e1} m_{et} Y_\beta Y_J} \quad (17)$$

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{NT}}{S_F K_\theta Y_Z} \quad (18)$$

$$P_{ay} = \frac{n_1 b}{1.91 \times 10^7 Y_X K_{H\beta} K_A K_V} \times \frac{\sigma_{Flim} d_{e1} m_{et} Y_{NT}}{1 K_\theta Y_Z S_F} \quad (19)$$

为便于比较 ISO 与 AGMA 标准中的弯曲应力计算式, 将式(12)改写为

$$\sigma_F = \frac{2\,000 T_1 \cos \beta_v}{d_{m1} b_v m_{mn} \cos \beta_{m1}} Y_{Fa} Y_{sa} Y_\epsilon Y_{BS} Y_{LS} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} \quad (20)$$

式(11)~(20)中, 两种计算标准中设计参数及相关修正系数含义见表 3 及表 4.

表 3 弧齿锥齿轮弯曲强度的设计参数比较
Tab. 3 Design parameters comparison of bending strength for spiral bevel gears

ISO		AGMA	
参数	含义	参数	含义
$\sigma_F / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-2})$	计算弯曲应力	$\sigma_F / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-2})$	计算弯曲应力
$\sigma_{FP} / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-2})$	许用弯曲应力	$\sigma_{FP} / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-2})$	许用弯曲应力
$\sigma_{Flim} / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-2})$	弯曲疲劳极限应力	$\sigma_{Flim} / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-2})$	弯曲疲劳极限应力
F_{vmt} / N	当量圆柱齿轮名义切向力	m_{et} / mm	大端端面模数
S_F	弯曲强度计算安全系数	P_{ay} / kW	弯曲强度许用传动功率
$S_{H,min}$	接触强度最小安全系数	S_F	弯曲强度计算安全系数
b_v / mm	当量圆柱齿轮齿宽		
m_{mn} / mm	齿宽中点法向模数		
$\beta_v / (^{\circ})$	当量螺旋角		

表4 弧齿锥齿轮弯曲强度的修正系数比较
Tab.4 Correction factors comparison of bending strength for spiral bevel gears

影响因素	ISO	AGMA
载荷系数	使用系数 K_A	过载系数 K_A
	动载系数 K_V	动载系数 K_V
	齿向载荷分布系数 $K_{F\beta}$	载荷分布系数 $K_{H\beta}$
	齿间载荷分布系数 $K_{F\alpha}$	
几何参数	齿形系数 Y_{Fa}	几何系数 Y_J 纵向曲率系数 Y_β
	应力修正系数 Y_{Sa}	
	重合度系数 Y_ϵ	
	载荷分担系数 Y_{LS}	
	螺旋角系数 Y_{BS}	
寿命系数	尺寸系数 Y_X	尺寸系数 Y_X
	寿命系数 Y_{NT}	寿命系数 Y_{NT}
材料特性参数	相对齿根圆角敏感系数 Y_{relT}	温度系数 K_θ
	相对齿面表面状况系数 Y_{RelT}	
其他	试验齿轮应力修正系数 Y_{ST}	安全系数 S_F 可靠性系数 Y_Z

弧齿锥齿轮的弯曲强度计算式比较:两种标准采用的基准参数不一样,ISO 标准弯曲应力计算式(20)中, m_{mn} 、 d_{m1} 与 b_v 等为齿宽中点当量圆柱齿轮的参数;AGMA 标准弯曲应力计算式(17)中, m_{et} 、 d_{e1} 等为大端参数. ISO 标准中采用 $K_{F\beta}$ 和 $K_{F\alpha}$ 两个修正系数分别考虑齿向载荷分布不均与齿间载荷分配不均对弯曲应力的影响;AGMA 标准中则采用参数 $K_{H\beta}$ 同时考虑齿向与齿间载荷分配不均的影响.

许用弯曲应力式比较:ISO 标准中许用弯曲应力式(14)考虑的影响因素较为全面,引入的修正系数较多,如试验齿轮应力修正系数 Y_{ST} 、寿命系数 Y_{NT} 、相对齿根圆角敏感系数 Y_{relT} 、相对齿面表面状况系数 Y_{RelT} 和齿根强度的尺寸系数 Y_X ; AGMA 标准的许用弯曲应力式(18)考虑的影响因素较少,只引入寿命系数 Y_{NT} 、安全系数 S_F 、温度系数 K_θ 和可靠性系数 Y_Z . AGMA 标准的许用弯曲应力值与安全系数有关,ISO 标准中许用弯曲应力值与安全系数无关. ISO 标准中的参数 S_F 与 AGMA 标准中的参数 S_F 含义不同,前者为计算安全系数,后者为最小安全系数. AGMA 标准中的最小安全系数考虑了设计分析、材料特性和加工质量等影响因素,系数取值需要考虑齿轮材料、结构与使用工况等因素.

弧齿锥齿轮的强度校核计算式比较:ISO 标准是通过比较计算安全系数与最小安全系数来评估齿轮的弯曲强度,等效于比较计算弯曲应力与许用弯曲应力值;AGMA 标准中,通过比较计算弯曲应力

与许用弯曲应力值来评估弯曲强度,没有计算安全系数这一评估指标.此外,AGMA 标准中定义了许用弯曲功率,当输入功率小于许用接触功率时则满足强度条件.该判定方法与 ISO 标准的判定方法差别较大,可比性较弱.

3 修正系数比较

3.1 接触强度修正系数比较

由表2可知,ISO 标准和 AGMA 标准引入的接触强度修正系数及其含义不完全相同. ISO 标准考虑的影响因素较全面,引入的修正系数较多;AGMA 标准考虑了温度和可靠性对齿轮强度的影响.具体比较如下:

1)ISO 标准中 K_A 为使用系数,AGMA 标准中 K_A 为过载系数,均为描述因动力源、执行器及传动系统引起的过载程度.动载系数 K_V 主要考虑了设计参数、加工精度、传动误差、动态响应和共振等对速度与载荷的影响.但两种标准动载系数计算式不同,ISO 标准的动载系数 K_V 计算式为:

$$K_V = \left(\frac{A}{A + \sqrt{200v_{et}}} \right)^{-X} \quad (21)$$

AGMA 标准的动载系数 K_V 计算式为

$$K_V = \left(\frac{A}{A + \sqrt{200v_{et}}} \right)^{-B} \quad (22)$$

式(21)中, $A = 50 + 56(1.0 - X)$, $X = 0.25(C - 4.0)^{0.667}$;式(22)中, $A = 50 + 56(1.0 - B)$, $B = 0.25(12 - Q_V)^{0.667}$.其中, C 和 Q_V 分别表示 ISO 和 AGMA 标准中的齿轮精度等级.两种标准对精度等级的定义及取值均不同,因此动载系数 K_V 取值差别较大.

ISO 标准引入了 $K_{H\beta}$ 和 $K_{H\alpha}$ 两个修正系数考虑载荷分布不均匀度,AGMA 标准仅引入修正系数 $K_{H\beta}$ 考虑载荷分布不均的影响. ISO 标准中,齿向载荷分布系数 $K_{H\beta}$ 表征了齿宽方向上载荷分布不均匀程度对轮齿强度的影响,计算式为:

$$K_{H\beta} = 1.5 K_{H\beta-be} \quad (23)$$

式中 $K_{H\beta-be}$ 为装配系数,与齿轮副的安装方式有关.对于非鼓形齿, $K_{H\beta}$ 值适当增大.齿间载荷分配系数 $K_{H\alpha}$ 查表可知.

AGMA 标准中 $K_{H\beta}$ 取值与齿宽有关,鼓形齿载荷分布系数 $K_{H\beta}$ 计算式为:

$$K_{H\beta} = 1.5 K_{mb} + 5.6 \times 10^{-6} b^2 \quad (24)$$

非鼓形齿载荷分布系数为鼓形齿的两倍.

2)ISO 标准中考虑的几何参数较全面,包括中间区域系数 Z_{M-B} 、载荷分担系数 Z_{LS} 、准双曲面系数 Z_{Hyp} 、锥齿轮系数 Z_K 和尺寸系数 Z_X ; AGMA 标准中只考虑了几何系数 Z_1 、鼓形系数 Z_{XC} 和尺寸系数 Z_X 。ISO 标准中, Z_X 取 1; AGMA 标准中 Z_X 由齿宽决定,即根据式(25)求得:

$$\begin{cases} Z_X = 0.5 & (b \leq 12.7) \\ Z_X = 0.00492b + 0.4375 & (12.7 \leq b \leq 114.3) \\ Z_X = 1 & (b > 114.3) \end{cases} \quad (25)$$

3)ISO 和 AGMA 标准中弹性系数 Z_E 的计算方法相同,均是考虑齿轮材料特性和泊松比对齿面接触应力的影响。

4)寿命系数 Z_{NT} 的取值在 ISO 和 AGMA 标准中有所差别,主要原因是两种标准中试验齿轮材料以及试验条件不尽相同,其取值亦不一致。

5)ISO 和 AGMA 标准中的齿面硬化系数(硬度比系数)取决于大小齿轮材料的相对硬度,对于相同材料、相同硬度的齿轮两种标准中硬度比系数均取 1。AGMA 标准相比 ISO 标准多考虑了温度系数 K_θ 。即在 $0 \sim 120^\circ\text{C}$ 内,温度系数取 1;当温度大于 120°C 时,材料特性发生变化,计算式为:

$$K_\theta = \frac{273 + \theta_T}{393} \quad (26)$$

式中 θ_T 为齿轮本体温度。

6)AGMA 标准增加了可靠性系数,该系数由齿轮的失效概率确定。

3.2 弯曲强度修正系数比较

ISO 标准和 AGMA 两个标准引入的弯曲强度修正系数如表 4 所示,系数的数量与含义不完全相同。具体比较如下:

1)ISO 与 AGMA 标准中,弯曲强度计算式中使用系数或过载系数 K_A 与动载系数 K_V 的取值与接触强度计算相同。ISO 标准中弯曲强度计算式中齿间载荷分配系数 $K_{F\alpha}$ 与接触强度计算的齿间载荷分配系数 $K_{H\alpha}$ 取值相同;弯曲强度计算齿向载荷分布系数 $K_{F\beta} = K_{H\beta}/K_{F0}$,其中 K_{F0} 为纵向曲率系数。AGMA 标准中弯曲强度和接触强度计算载荷分布系数均用 $K_{H\beta}$ 表达,且取值相同。

2)ISO 标准考虑的几何因素较多,包括齿形系数、应力修正系数、重合度系数、载荷分配系数、锥齿轮系数和尺寸系数。AGMA 标准只考虑几何系数、纵向曲率系数和尺寸系数。尺寸系数 Y_X 在 ISO 标准中用于许用弯曲应力的计算,AGMA 标准中则是用

于计算弯曲应力,因此尺寸系数在两种标准中的计算表达式及取值也不尽相同。ISO 标准中尺寸系数计算式见表 5。

表 5 弯曲强度尺寸系数 Y_X

Tab. 5 Size factor, Y_X , for root strength

材质	$m_{mn} \leq 5$	$5 < m_{mn} \leq 25$	$m_{mn} > 25$
结构钢、调质钢、球墨铸铁、珠光体可锻铸铁	1	$Y_X = 1.03 - 0.006m_{mn}$	0.85
渗碳淬火钢、渗氮钢、硝基渗碳钢	1	$Y_X = 1.05 - 0.01m_{mn}$	0.8
灰铸铁	1	$Y_X = 1.075 - 0.015m_{mn}$	0.7

AGMA 标准中尺寸系数与大端端面模数有关,不考虑齿轮材料和热处理方式,计算式如下。

$$\begin{cases} Y_X = 0.5 & m_{et} < 1.6 \\ Y_X = 0.4867 + 0.008399m_{et} & 1.6 \leq m_{et} \leq 50 \end{cases} \quad (27)$$

3)材料特性和表面状况系数,ISO 标准引入相对齿根圆角敏感系数 $Y_{\theta relT}$ 和相对齿面表面状况系数 Y_{RrelT} 。AGMA 标准引入了温度系数,取值与接触强度计算一样。

4)ISO 标准中重合度系数 Y_ϵ 为 0.625,试验齿轮应力修正系数 Y_{ST} 为 2;AGMA 标准中没有这两个系数。

4 强度计算结果比较

4.1 实例计算

弧齿锥齿轮接触与弯曲强度校核时,ISO 与 AGMA 齿轮强度标准中的表达式与修正系数不尽相同,配副材料的许用应力值亦有差别。参照 ISO 标准中接触与弯曲强度安全系数的定义方法,AGMA 标准的接触和弯曲强度安全系数可分别定义为 $S_{H-AGMA} = \sigma_{HP}/\sigma_H$ 和 $S_{F-AGMA} = \sigma_{FP}/\sigma_F$,进而通过安全系数比较两种标准计算出的齿轮承载能力。为探讨传动比、端面模数、螺旋角、转速等参数对齿轮强度的影响,选取 5 组齿轮进行分析,参数设置见表 6。表中 5 组齿轮精度等级为 7 级,材料均为 45# 钢,调质处理,硬度 240 HBS;齿宽 30 mm,输入功率 20 kW,设计寿命 10^7 r,失效概率 1%。根据表 6 中给出的参数,各组齿轮强度的评估值(即接触与弯曲强度安全系数)见表 7。

表 6 齿轮参数组

Tab. 6 Gear parameters in five cases

组别	Z_1	Z_2	m_{et}/mm	$\beta/(\text{°})$	$\alpha_n/(\text{°})$	$n/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$
1	40	80	3	35	20	1 000
2	40	100	3	35	20	1 000
3	40	80	4	35	20	1 000
4	40	80	3	25	20	1 000
5	40	80	3	35	20	1 500

表 7 各组齿轮强度评估值

Tab. 7 Estimation values of gear strength in five cases

组别	接触强度安全系数		弯曲强度安全系数	
	S_{H-ISO}	S_{H-AGMA}	S_{F-ISO}	S_{F-AGMA}
1	1.049 1	1.350 5	2.225 5	1.046 3
2	1.098 4	1.420 3	2.302 0	1.092 9
3	1.399 0	1.791 2	3.559 8	1.810 9
4	0.974 7	1.215 9	2.034 8	0.993 5
5	1.262 2	1.641 5	3.221 3	1.545 9

由表 7 可知,接触与弯曲强度安全系数随齿形参数和工况变化而改变.对于同样的齿形与工作参数,两种标准的计算结果不同,其中弯曲强度安全系数的差别较大.随着大齿轮齿数、小齿轮大端面模数和转速的增加,两种标准计算得到的接触和弯曲强度安全系数均有不同程度的增加;安全系数的变化对端面模数与转速较为敏感.为了直观地分析不同参数对弧齿锥齿轮强度的影响,将表 7 中的计算结果绘制成折线图(见图 1).

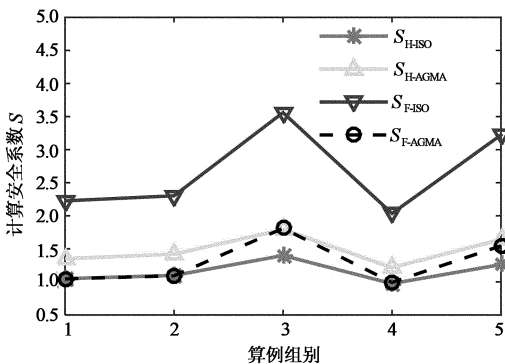


图 1 接触和弯曲强度安全系数

Fig. 1 Safety factors of contact and bending strength

由表 7 及图 1 可知,AGMA 标准中接触强度校核偏保守;而 ISO 标准中弯曲强度校核偏保守.造成上面差别的主要原因,与两种标准中接触与弯曲疲劳强度极限取值存在较大差异有关.其中,ISO 标准中 $\sigma_{Hlim} = 582 \text{ MPa}$, $\sigma_{Flim} = 220.6 \text{ MPa}$; AGMA 标准中 $\sigma_{Hlim} = 806.3 \text{ MPa}$, $\sigma_{Flim} = 120.4 \text{ MPa}$.即 AGMA 标准的接触疲劳强度极限比 ISO 高出 38.5%,

而弯曲疲劳强度极限则比 ISO 低 45.4%.

4.2 齿轮强度的有限元验证

根据齿面展成与变性法加工原理得到弧齿锥齿轮的几何模型(图 2);在 Abaqus 中建立其有限元接触分析模型(图 3).几何模型分割后采用结构化网格,单元类型为 C3D8R.考虑到计算效率、精度和重合度,选取 4 对啮合齿进行网格细分,在主动轮凹面与从动轮凸面间建立面-面接触对.由于弧齿锥齿轮强度标准在计算齿根弯曲应力和齿面接触应力时均未考虑齿面摩擦力,因此有限元模型接触属性中未定义摩擦系数.

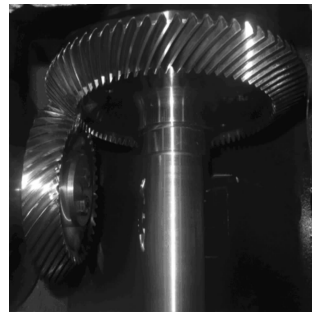


图 2 弧齿锥齿轮装配图

Fig. 2 Assembling in spiral bevel gears

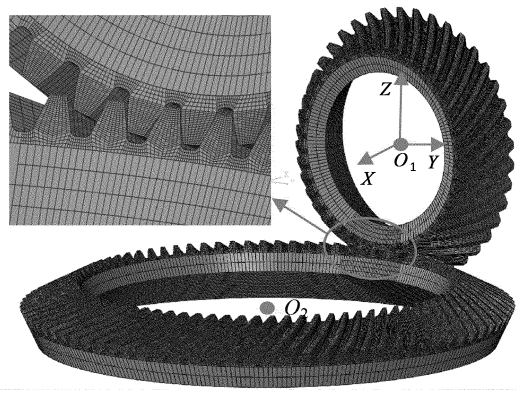
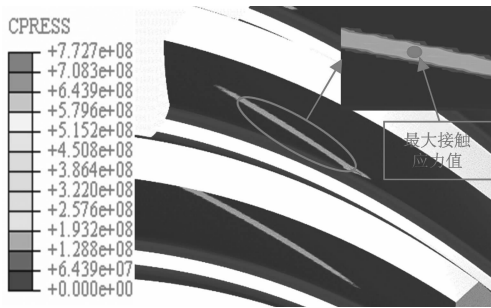


图 3 弧齿锥齿轮有限元接触模型

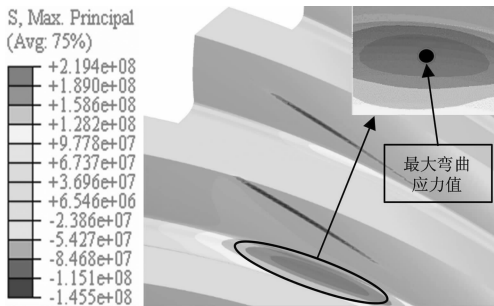
Fig. 3 Finite element contact model for spiral bevel gears

齿形与工况参数取表 6 中的第 1 组参数.有限元实体单元没有转动自由度,可采用刚体参考点耦合约束模型.即分别在主、从动轮轴线上设定参考点,在参考点与相应齿轮内表面建立耦合约束,将边界条件施加在参考点上.为保证轮齿初始接触分析易收敛,在从动轮上建立多个分析步逐步施加转矩至 $381.96 \text{ N} \cdot \text{m}$.主动轮参考点上施加全约束,从动轮参考点则约束其三个平动自由度和两个转动自由度(R_x 和 R_y),进行准静态分析.图 4(a)与(b)分

别为从动轮的最大齿面接触应力与最大齿根弯曲应力云图,最大接触应力值为 522.423 MPa,最大弯曲应力值为 213.161 MPa.



(a) 最大齿面接触应力云图



(b) 最大齿根弯曲应力云图

图4 从动轮的最大齿面接触应力与齿根弯曲应力云图

Fig. 4 Contours of the maximum contact and bending stresses for the driven gear

将 ISO 和 AGMA 标准与有限单元法计算得到的弧齿锥齿轮齿面接触应力与齿根弯曲应力的最大值进行对比,见表 8.

表 8 3 种方法计算的齿面接触应力与齿根弯曲应力

Tab. 8 Contact and root stressed based on three methods

应力	有限元法	ISO	AGMA	
σ_H /MPa	522.423	554.735	787.468	556.908(修正)
σ_F /MPa	213.161	204.198	116.259	162.828(修正)

根据表 8,有限单元法计算的齿根弯曲应力值比 ISO 与 AGMA 标准的值均大,这与 Kawalec^[12]的研究结论略有不同,可能与齿形不同有关.若以 ISO 标准的计算结果为参照基准,根据有限单元法计算得到的最大接触应力比之小 5.8%,最大弯曲应力则比之高出 4.4%.但根据 AGMA 标准计算得到的最大接触应力则比之高出 42.0%,而最大弯曲应力则比之小 43.1%.两种标准得到的值相差较大,主要与式中齿轮参数和修正系数的数目及其取

值有关.如计算该算例的接触强度时,AGMA 标准中多一个鼓形系数,非鼓形齿取值为 2(开根号后为 1.414);弯曲强度计算时,ISO 标准中尺寸系数取 1,AGMA 标准中的取值为 0.51(开根号后为 0.714).若消去鼓形系数的影响或将尺寸系数取同,则修正后的 AGMA 标准中的接触应力减为 556.908 MPa,弯曲应力则增至 162.828 MPa.显然,两种标准计算结果的差距大幅缩小.

由上可知,两种标准计算出的最大接触与弯曲应力存在较大的差异.根据 4.1 节给出的相关数据,AGMA 标准中的接触与弯曲疲劳强度极限值与 ISO 标准差别较大.接触和弯曲强度的安全系数能够综合考虑到齿轮强度计算值及其疲劳强度极限值.因此,若综合考虑两种标准得到的齿轮强度计算值及其疲劳强度极限值,用接触和弯曲强度安全系数评估弧齿锥齿轮的承重能力是一种可行的方法.

5 结论

1)ISO 与 AGMA 标准计算的弧齿锥齿轮接触与弯曲强度差别较大,主要与两种标准中各参数的定义及取值不同相关.ISO 标准中的设计变量与修正系数较多,且多数可通过解析式计算得到;AGMA 标准中的修正系数取值多源自设计经验值和实验数据.

2)两种标准中接触与弯曲强度安全系数对比显示,ISO 标准中接触强度安全系数小于 AGMA 标准中的值;ISO 标准弯曲强度安全系数则大于 AGMA 标准中的值.可见,弧齿锥齿轮接触强度计算时,AGMA 标准较 ISO 标准安全裕度大;弯曲强度计算时,ISO 标准则比 AGMA 标准安全裕度大.

3)有限单元法计算得到的最大齿面接触应力和齿根弯曲应力值,与 ISO 标准的计算结果比较接近,但与 AGMA 标准的差别较大.多种标准共用时,直接以齿面接触应力和齿根弯曲应力作为齿轮承载能力的评价标准有时可比性较差.另外齿轮有限元接触分析中,尚不能精确地计入加工质量和润滑油膜对弯曲和接触强度的影响.

4)同样的齿轮配副材料,两种标准中的接触与弯曲疲劳强度极限和计算许用应力值均不相同.因此,综合考虑齿轮材料的疲劳强度极限值与轮齿强度的计算值,结合接触和弯曲强度安全系数来评估弧齿锥齿轮的承载能力更为合理.

两种标准关于弧齿锥齿轮强度计算的比较研

究,对于提高自制齿轮标准的贯标率,实现多样化的齿轮产品设计标准的互换性,改善不同标准和计算方法下齿轮强度设计结果的通用性等具有一定的参考价值。

参考文献

- [1] 林腾蛟,何泽银,钟声,等.船用齿轮箱多体动力学仿真及声振耦合分析[J].湖南大学学报(自然科学版),2015,42(2):22—28.
LIN Tengjiao, HE Zeyin, ZHONG Sheng, *et al.* Multi-body dynamic simulation and vibro-acoustic coupling analysis of marine gearbox[J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2015, 42(2):22—28. (In Chinese)
- [2] ISO 10300—1—2014 Calculation of load capacity of bevel gears. Part 1: Introduction and general influence factors[S]. Geneva: ISO, 2014:1—58.
- [3] ISO 10300—2—2014 Calculation of load capacity of bevel gears. Part 2: Calculation of surface durability (pitting)[S]. Geneva: ISO, 2014:1—30.
- [4] ISO 10300—1—2014 Calculation of load capacity of bevel gears. Part 3: Calculation of tooth root strength[S]. Geneva: ISO, 2014:1—41.
- [5] ANSI/AGMA 2003—B97 Rating the pitting resistance and bending strength of generated straight bevel, zero bevel and spiral bevel gear teeth[S]. American Gear Manufacturers Association, 1997:1—75.
- [6] 中国机械工程学会.中国机械工程技术路线图(第二版)[M].北京:中国科学技术出版社,2016:362.
Chinese mechanical engineering society. Technology roadmaps of Chinese mechanical engineering (Second Edition)[M]. Beijing: China Science and Technology Press, 2016:362. (In Chinese)
- [7] DUDLEY D. Handbook of practical gear design[M]. New York: McGraw-Hill, 1984.
- [8] 梅宏修.ISO和AGMA动载系数的分析比较[J].机械设计与研究,1990,6(3):42—45.
MEI Hongxiu. Comparative analysis of dynamic factor in ISO and AGMA gear standards[J]. Mechanical Design and Research, 1990, 6(3): 42—45. (In Chinese)
- [9] LABATH O A, RICHTER D. Comparison of rating trends in AGMA versus ISO[J]. Gear Technology, 2004, 21(3): 56—63.
- [10] IMWALLE D E, LABATH O A, HUTCHINSON R N. A review of recent gear rating developments ISO/AGMA comparison study[C] // The Third International Power Transmission and Gearing Conference, San Francisco, 1980:18—21.
- [11] 周长江,唐进元,刘艳萍,等.齿轮传动设计两种计算标准的比较研究[J].机械传动,2006,30(3):9—10,50.
ZHOU Changjiang, TANG Jinyuan, LIU Yanping, *et al.* Comparative study of calculation of gear drive design by two standards[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2006, 30(3): 9—10, 50. (In Chinese)
- [12] KAWALEC A, WIKTOR J. Comparative analysis of tooth-root strength using ISO and AGMA standards in spur and helical gears with FEM-based verification[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2006, 128(5): 1141—1158.
- [13] 吴昌林,吕云霏.ISO与AGMA渐开线圆柱齿轮强度计算标准的比较[J].中国机械工程,2011,22(12):1418—1423,1465.
WU Changlin, LÜ Yunfei. Comparison between ISO and AGMA gear strength rating methods for involute cylindrical gear[J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(12): 1418—1423, 1465. (In Chinese)
- [14] 邹又名,刘少军.ISO与AGMA锥齿轮强度计算标准比较[J].机械传动,2016,40(9):187—192.
ZOU Youming, LIU Shaojun. Comparison between ISO and AGMA bevel gear strength calculation standard[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2016, 40(9):187—192. (In Chinese)
- [15] KRENZER T J. Tooth contact analysis of spiral bevel and hypoid gears under load [C]//Earthmoving Industry Conference SAE Technical Paper,1981.
- [16] CHEN Liangyu, WANG Yanzhong, ZHENG Xijian, *et al.* Method for precise calculation of root stress of spiral bevel gears[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1994, 7(4): 316—319.
- [17] 周彦伟,方宗德,邓效忠.航空弧齿锥齿轮齿面接触应力计算与优化[J].航空动力学报,2002,17(3):373—376.
ZHOU Yanwei, FANG Zongde, DENG Xiaozhong. Calculation and optimization for tooth contact stress of spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2002, 17(3):373—376. (In Chinese)
- [18] 李盛鹏,方宗德,张金良,等.弧齿锥齿轮齿根弯曲应力分析[J].航空动力学报,2007,22(5):843—848.
LI Shengpeng, FANG Zongde, ZHANG Jinliang, *et al.* Analysis of tooth root bending stress for spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(5): 843—848. (In Chinese)
- [19] LITVIN F L, FUENTES A, FAN Q, *et al* Computerized design simulation of meshing, and contact and stress analysis of face-milled formate generated spiral bevel gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(5): 441—459.
- [20] LITVIN F L, FUENTES A, HAYASAKA K. Design, manufacture, stress analysis, and experimental tests of low-noise high endurance spiral bevel gears[J]. Mechanism & Machine Theory, 2006, 41(1):83—118.
- [21] SIMON V V. Deformations and stresses in face-hobbed spiral bevel gears[C]// ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Washington D C,2011:81—91.
- [22] HANDSCHUH R F, BIBEL G D. Experimental and analytical study of aerospace spiral bevel gear tooth fillet stresses[J]. Journal of Mechanical Design, 1999, 121(4):3085—3095.
- [23] HOTAIT M A, KAHRAMAN A, NISHINO T. An investigation of root stresses of hypoid gears with misalignments[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2011,133(7):74—82.
- [24] 邓效忠,方宗德,魏冰阳,等.高重合度弧齿锥齿轮的性能分析与实验研究[J].航空动力学报,2003,18(6):744—748.
DENG Xiaozhong, FANG Zongde, WEI Bingyang, *et al.* Analysis of meshing behavior and experiments of spiral bevel gears with high contact ratio[J]. Journal of Aerospace Power, 2003,18(6):744—748. (In Chinese)
- [25] 李源,韩旭,叶南海,等.减速器弧齿锥齿轮动态啮合疲劳强度研究[J].湖南大学学报(自然科学版),2010,37(6):32—35.
LI Yuan, HAN Xu, YE Nanhai, *et al.* Study of the fatigue strength of the dynamic meshing of the spiral bevel gears of reducer[J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2010,37(6):32—35. (In Chinese)