

文章编号:1674-2974(2016)08-0052-05

质量时变系统的动载荷识别^{*}

彭凡^{1†}, 王樑¹, 肖健²

(1. 湖南大学机械与运载工程学院, 湖南长沙 410082; 2. 北京强度与环境研究所, 北京 100076)

摘要:研究质量时变系统的动态载荷识别技术, 引入广义模态概念, 在初瞬时的模态空间中利用模态叠加法得到部分解耦的动力学方程, 结合考虑质量变化效应的虚拟变形法和 Duhamel 积分, 构建反演动态力的 2 种分析途径. 一种是基于加速度反演的连锁递推格式, 另一种是基于位移和加速度反演的正则化求解格式. 分析 2 个动载荷作用下的变质量多自由度系统, 利用 Euler 中点辛差分方法求得系统的响应, 将其叠加随机噪声以模拟测点响应, 然后, 应用 2 种模态力反求格式反演动载荷. 研究表明, 连锁递推格式计算效率高, 但对加速度测量噪声敏感; 正则化求解格式的稳健性较高.

关键词:变质量; 动态载荷; 反问题; 递归计算; 正则化

中图分类号: O326; O347.1

文献标识码: A

Identification of Dynamic Loads in Mass-variable System

PENG Fan^{1†}, WANG Liang¹, XIAO Jian²

(1. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan Univ, Changsha, Hunan 410082, China;

2. Research Institute of Beijing Structure and Environment Engineering, Beijing 100076, China)

Abstract: The technique of the load identification of mass variable system was studied. The generalized modal concept applied on time-varying system was introduced, and the method of modal superposition was used to give dynamic equations with partially decoupled in initial modal space defined at initial instant. Based on both virtual distortion method (VDM) accounting for the effect of mass change and the Duhamel integration in initial modal space, two approaches to identify modal forces were constructed: one is the recursive calculation pattern formulated on the basis of modal acceleration, and the other is the regularized solution by the direct discretization of Duhamel integration with modal displacement and acceleration. A mass variable system with 16 degrees of freedom subjected to two external loads was analyzed. The responses were calculated by applying Euler midpoint symplectic difference method and added with random noise to simulate measured signals. Two dynamic loads were identified by two inversion approaches of modal forces. The comparison of results has indicated that regularized solution format has a higher numerical robust than the recursive calculation pattern, but the latter is sensitive to the noise of measurement.

Key words: time-varying mass; dynamic loads; inverse problems; recursive calculation; regularization

* 收稿日期: 2015-04-17

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目(11JJ3001)

作者简介: 彭凡(1963-), 男, 湖南湘乡人, 湖南大学教授

† 通讯联系人, E-mail: fanpeng@hnu.edu.cn

许多工程领域存在质量等振动参数随时间发生变化的动力学问题^[1-5]. 质量时变系统的动力学响应分析方法主要包括 2 类, 一类是直接积分法, 包括 Newmark 法和各类差分算法^[6]; 另一类是基于短时不变假设的模式叠加法^[7-8]. 与动力响应分析相对应的是质量时变振动系统的载荷反求, 如考虑质量快速减少的运载工具的脉动推力反求, 这在工程上也是非常有意义的课题. 针对时不变结构的动态载荷识别, 已经发展了较为丰富的方法与技术^[9]. 然而, 关于时变结构的动态载荷识别方法的研究还较少, 张青霞等^[10]将车桥系统视为质量时变系统, 移动荷载的反求转化为移动质量的识别, 基于虚拟变形法识别移动质量.

本文研究质量时变系统载荷识别方法, 在初始模态空间中, 结合模式叠加和虚拟变形技术, 构造模态力反求格式, 经模态转换得到相应的物理量. 分析变质量多自由度系统, 首先由差分法计算受激振动响应, 将其叠加噪声以模拟测量信号, 然后, 反求模态力得到动载荷, 比较 2 种反求格式的有效性及其优劣.

1 初始模态空间中的模态力计算格式

1.1 基于初始模态求解时变质量系统的动力学方程

考虑自由度数为 n 的变质量系统, 其动力学方程为^[7]:

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}(t) + \dot{\mathbf{M}}(t)\mathbf{u}_r. \quad (1)$$

式中: \mathbf{M} 为时变的质量矩阵; $\mathbf{F}(t)$ 为外激励力; $\dot{\mathbf{M}}$ 为质量矩阵的时间变化率; \mathbf{u}_r 为变化的质量相对原质点的速度矢量. 式(1)右边第 2 项是系统质量变化获得的作用力, 如火箭推力. 不失一般性, 不考虑该项, 假设质量减少或并入的相对速度是零. 由此, 式(1)写为:

$$\mathbf{M}_0\ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_0\mathbf{x} = \mathbf{F}(t) - \Delta\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}. \quad (2)$$

式中: \mathbf{M}_0 为初始质量矩阵; $\Delta\mathbf{M}(t)$ 为与时间相关的增量质量矩阵, 即

$$\Delta\mathbf{M} = \mathbf{M}(t) - \mathbf{M}_0. \quad (3)$$

考虑初始振动参数构成的自由振动系统, 有

$$\mathbf{M}_0\ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0. \quad (4)$$

采用比例阻尼模型, $\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M}_0 + \beta\mathbf{K}$. 将基于式(4)得到的振型空间称为初始模态空间, 取前面 n_s 阶模态, 相应的模态矩阵表示为 Φ , 其维数为 $n \times n_s$. 对式(2)所描述的振动系统, 进行如下变量转换:

$$\mathbf{x} = \Phi\mathbf{q}. \quad (5)$$

式中: \mathbf{q} 为初始模态空间中的 n_s 个模态坐标组成的列向量. 将式(5)代入式(2), 两边同时左乘 Φ^T , 得到

$$\ddot{\mathbf{q}} + \text{diag}(2\xi_i\omega_i)\dot{\mathbf{q}} + \text{diag}(\omega_i^2)\mathbf{q} = \mathbf{Q}(t) - \Delta\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}}. \quad (6)$$

式中: ω_i 和 ξ_i ($i=1, 2, \dots, n_s$) 分别为初始瞬时的频率和模态阻尼比; $\text{diag}(\dots)$ 表示对角矩阵. 右端各项分别为:

$$\mathbf{Q} = \Phi^T \mathbf{F}(t); \Delta\bar{\mathbf{M}} = \Phi^T \Delta\mathbf{M}(t)\Phi. \quad (7)$$

式中: \mathbf{Q} 为初始模态空间中的模态力.

式(6)中若右边的质量改变项为零, 则对应的结构为初始结构. 如果已知初始结构的响应, 根据虚拟变形法, 结构模型变化后的响应可通过引入的虚拟力求出^[11]. 由此, 在零初始条件下, 可由初始系统的 Duhamel 积分得到式(6)的解为:

$$\mathbf{q} = \int_0^t \mathbf{H}(t-\tau)[\mathbf{Q}(\tau) - \Delta\bar{\mathbf{M}}(\tau)\ddot{\mathbf{q}}(\tau)]d\tau. \quad (8)$$

式中: $\mathbf{H}(t)$ 为单位脉冲响应函数构成的对角矩阵; $\mathbf{H}(t) = \text{diag}(h_i)$, 其中的对角项为脉冲响应函数.

$$h_i = e^{-\xi_i\omega_i t} \sin(\omega_i' t), \quad i = 1, \dots, n_s. \quad (9)$$

式中: $\omega_i' = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$. 式(8)可具体展开为:

$$q_i = \int_0^t h_i(t-\tau)[Q_i(\tau) - \Delta\bar{M}_{ij}(\tau)\ddot{q}_j(\tau)]d\tau. \quad (10)$$

下面构建由已知响应求模态力的 2 种反演途径.

1.2 模态力反演的连锁递推格式

引入以下参向量:

$$[\mathbf{A}_Q, \mathbf{A}_M] = \int_0^t \text{diag}[e^{-\xi_i\omega_i(t-\tau)} \cos(\omega_i'\tau)] \times [\mathbf{Q}(\tau), \Delta\bar{\mathbf{M}}(\tau)\ddot{\mathbf{q}}(\tau)]d\tau; \quad (11)$$

$$[\mathbf{B}_Q, \mathbf{B}_M] = \int_0^t \text{diag}[e^{-\xi_i\omega_i(t-\tau)} \sin(\omega_i'\tau)] \times [\mathbf{Q}(\tau), \Delta\bar{\mathbf{M}}(\tau)\ddot{\mathbf{q}}(\tau)]d\tau.$$

由式(8)导出模态加速度为:

$$(\mathbf{I} + \Delta\bar{\mathbf{M}})\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q} - \text{diag}(\alpha_i)(\mathbf{A}_Q - \mathbf{A}_M) + \text{diag}(\beta_i)(\mathbf{B}_Q - \mathbf{B}_M). \quad (12)$$

式中: \mathbf{I} 为 n 阶单位矩阵.

$$\alpha_i = (\omega_i' - \xi_i^2\omega_i^2/\omega_i') \sin \omega_i' t + 2\xi_i\omega_i \cos \omega_i' t;$$

$$\beta_i = (\omega_i' - \xi_i^2\omega_i^2/\omega_i') \cos \omega_i' t - 2\xi_i\omega_i \sin \omega_i' t.$$

针对式(12)构造等步长递推格式, 时间步长为 Δt , 第 l 步 ($l=0, 1, 2, \dots$) 所对应的时间 $t_l = l\Delta t$, 采用梯形求积法离散, 可得如下递推式:

$$l = 0, \mathbf{A}_Q^{(0)} = \mathbf{A}_M^{(0)} = \mathbf{B}_Q^{(0)} = \mathbf{B}_M^{(0)} = 0;$$

$$l \geq 1,$$

$$[\mathbf{A}_Q^{(l)}, \mathbf{A}_M^{(l)}] = \text{diag}(\mu_i)[\mathbf{A}_Q^{(l-1)}, \mathbf{A}_M^{(l-1)}] +$$

$$\frac{\Delta t}{2} \{ \text{diag}(\mu_i \cos \omega_i' \Delta t)[\mathbf{Q}^{(l-1)}, \Delta\bar{\mathbf{M}}^{(l-1)}\ddot{\mathbf{q}}^{(l-1)}] +$$

$$\text{diag}(\cos \omega_i' \Delta t)[\mathbf{Q}^{(l)}, \Delta\bar{\mathbf{M}}^{(l)}\ddot{\mathbf{q}}^{(l)}] \};$$

(13a)

$$[\mathbf{B}_Q^{(l)}, \mathbf{B}_M^{(l)}] = \text{diag}(\mu_i) [\mathbf{B}_Q^{(l-1)}, \mathbf{B}_M^{(l-1)}] + \frac{\Delta t}{2} \{ \text{diag}(\mu_i \sin \omega_i' \Delta t) [\mathbf{Q}^{(l-1)}, \Delta \mathbf{M}^{(l-1)} \ddot{\mathbf{q}}^{(l-1)}] + \text{diag}(\sin \omega_i' \Delta t) [\mathbf{Q}^{(l)}, \Delta \mathbf{M}^{(l)} \ddot{\mathbf{q}}^{(l)}] \}. \quad (13b)$$

式中: $\mu_i = e^{-\xi_i \omega_i \Delta t}$; 上标括号中的 l 与 $l-1$ 分别表示第 l 和 $l-1$ 递推步. 结合式(12)和式(11), 将当前时间步的模式力表示为:

$$\begin{aligned} \text{diag}(s_i) \mathbf{Q}^{(l)} &= (\mathbf{I} + \Delta \bar{\mathbf{M}}^{(l)}) \ddot{\mathbf{q}}^{(l)} - \text{diag}(\alpha_i^{(l)}) \cdot \mathbf{A}_M^{(l)} + \\ &\text{diag}(\beta_i^{(l)}) \cdot \mathbf{B}_M^{(l)} + \text{diag}(\gamma_i \mu_i) \cdot \mathbf{Q}^{(l-1)} \Delta t / 2 + \\ &\text{diag}(\alpha_i^{(l)} \mu_i) \cdot \mathbf{A}_Q^{(l-1)} - \text{diag}(\beta_i^{(l)} \mu_i) \cdot \mathbf{B}_Q^{(l-1)}. \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $s_i = 1 - \xi_i \omega_i \Delta t$;

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \left(\omega_i - \frac{\xi_i^2 \omega_i^2}{\omega_i} \right) \sin \omega_i' \Delta t + 2 \xi_i \omega_i \cos \omega_i' \Delta t; \\ \alpha_i^{(l)} &= \left(\omega_i - \frac{\xi_i^2 \omega_i^2}{\omega_i} \right) \sin (\omega_i' l \Delta t) + 2 \xi_i \omega_i \cos (\omega_i' l \Delta t); \\ \beta_i^{(l)} &= \left(\omega_i - \frac{\xi_i^2 \omega_i^2}{\omega_i} \right) \cos (\omega_i' l \Delta t) - 2 \xi_i \omega_i \sin (\omega_i' l \Delta t). \end{aligned}$$

1.3 模态力反演的正则化求解

在式(10)中, 令

$$\tilde{\mathbf{Q}}_i(t) = \mathbf{Q}_i(t) - \Delta \bar{\mathbf{M}}_{ij}(t) \ddot{\mathbf{q}}_j(t). \quad (15)$$

将式(10)的求积区间划分成长为 Δt 的 m 等分, 各节点对应的时间为 $t_l = l \Delta t, l = 0, 1, \dots, m$, 用矩形求积离散卷积得到:

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{G}_i \tilde{\mathbf{Q}}_i. \quad (16)$$

式中: $\mathbf{q}_i = [q_i^{(1)}, \dots, q_i^{(m)}]^T, \tilde{\mathbf{Q}}_i = [\tilde{Q}_i^{(0)}, \dots, \tilde{Q}_i^{(m-1)}]^T$ 分别表示第 i 阶模态位移 q_i 及模态力 Q_i 在 m 个时间节点所取值构成的向量.

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} h_i^{(1)} & & & \\ h_i^{(2)} & h_i^{(1)} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ h_i^{(m)} & h_i^{(m-1)} & \dots & h_i^{(1)} \end{bmatrix} \Delta t.$$

式中: $h_i^{(l)} (l = 1, \dots, m)$ 为第 i 个单位脉冲响应函数在时间 t_l 的取值.

采用截断奇异值分解的正则化方法^[12]反求式(16)的模式力. 首先将核函数矩阵 \mathbf{G}_i 作奇异值分解.

$$\mathbf{G}_i = \mathbf{U}_i \text{diag}(\sigma_{i,j}) \mathbf{V}_i^T. \quad (17)$$

式中: $\sigma_{i,j} (j = 1, 2, \dots, m)$ 为奇异值; \mathbf{U}_i 和 \mathbf{V}_i 分别为左奇异值和右奇异值酉矩阵. 引入正则化算子 $f(\lambda, \sigma_{i,j})$, 当小奇异值 $\sigma_{i,j}$ 趋于零, $f(\lambda, \sigma_{i,j}) / \sigma_{i,j}$ 也趋于零, 由此可得到实际载荷的一个稳定的近似估计.

$$\tilde{\mathbf{Q}}_i = \mathbf{V}_i \text{diag}(f(\lambda, \sigma_{i,j}) \sigma_{i,j}^{-1}) \mathbf{U}_i^T \mathbf{q}_i. \quad (18)$$

式中: λ_i 为正则化参数. 取

$$f(\lambda, \sigma_{i,j}) = \begin{cases} 1, & \sigma_{i,j}^2 \geq \lambda_i, \\ 0, & \sigma_{i,j}^2 < \lambda_i. \end{cases} \quad (19)$$

采用广义交叉验证准则^[13] (GCV) 得到 λ_i , 为此, 构造如下函数:

$$H(\lambda_i) = \frac{\| \mathbf{E} \mathbf{q}_i \|^2}{[\text{tr}(\mathbf{E})]^2}. \quad (20)$$

式中: $\mathbf{E} = \mathbf{I} - \mathbf{G}_i [\mathbf{G}_i^T \mathbf{G}_i + \lambda_i \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{G}_i^T$; $\text{tr}(\mathbf{E})$ 表示 \mathbf{E} 的迹. $H(\lambda_i)$ 的极小值点就是正则化参数.

1.4 动载荷分析

设振动系统同时作用了待识别的动态载荷 $F_i (i = 1, 2, \dots, \nu)$, 则由式(7)的第1式, 将模式力写为:

$$\mathbf{Q} = \bar{\Phi}^T \mathbf{P}. \quad (21)$$

式中: $\mathbf{P} = [F_1 F_2 \dots F_\nu]^T$; $\bar{\Phi}^T$ 为 Φ^T 中与 F_i 作用点相对列向量所构成的矩阵. 由 k 个测点的响应反演 ν 个载荷, 满足 $k \geq \nu$, 测点的位移与加速度响应分别为:

$$\bar{\mathbf{x}} = \Psi \mathbf{q}; \bar{\ddot{\mathbf{x}}} = \Psi \ddot{\mathbf{q}}. \quad (22)$$

式中: $\bar{\mathbf{x}} = [x_{h1}(t) \dots x_{hk}(t)]^T$;

$$\bar{\ddot{\mathbf{x}}} = [\ddot{x}_{h1}(t) \dots \ddot{x}_{hk}(t)]^T.$$

Ψ 由 Φ 中相应的 k 个列向量组成. 结合最小二乘, 得初始模态空间中的模态位移与模态加速度分别为:

$$\mathbf{q} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \bar{\mathbf{x}}; \ddot{\mathbf{q}} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \bar{\ddot{\mathbf{x}}}. \quad (23)$$

利用式(14)或(18), 反求模式力, 最后, 再根据式(21)给出动态载荷的最小二乘解:

$$\mathbf{P} = (\bar{\Phi} \bar{\Phi}^T)^{-1} \bar{\Phi} \mathbf{Q}. \quad (24)$$

2 算例及方法讨论

考虑图1所示的 n 个自由度的质量时变系统, 第 i 个质点的初始质量为 $m_{0i} = 40[2 + i(-1)^i/n]$, 单位为 kg; 弹簧刚度 $E_i = 15 \times 10^5 [2 + i(-1)^{i+1}/n]$, $i = 1, \dots, n$, 单位为 N/m. 各质点以速率 $m_{0i} \times 0.8/t_e$ 减少其质量, 其中 t_e 表示计算时间. 在质点1和6质点上分别施加动载荷 F_1 与 F_2 , 单位为 N, 分别有:

$$F_1 = 400(1 - e^{-20t}) + 100 \sin(6\pi t);$$

$$F_2 = 200e^{-t} \cos(2\pi t).$$

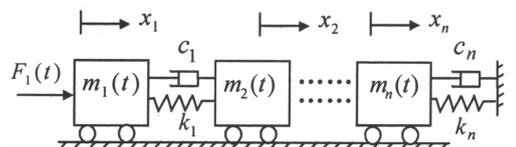


图1 n 自由度变质量系统
Fig.1 Mass variable system of n DOFs

采用欧拉中点辛差分格式求解图 1 所示系统的动力学响应,在其上叠加噪声以模拟实测响应.参考式(1),令 $y = \dot{x}$,引入 $2n$ 个状态变量组成的向量 $\mathbf{Z} = [\mathbf{x}^T, \mathbf{y}^T]^T$,则

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{f}_i(\mathbf{Z}) = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \mathbf{Z} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

用 Euler 中点辛差分格式^[6-7]求解式(25),有

$$\mathbf{Z}_{i+1} = \mathbf{Z}_i + \frac{\Delta t}{2} \left[\mathbf{f}_{i+1} \left(\frac{\mathbf{Z}_{i+1} + \mathbf{Z}_i}{2} \right) + \mathbf{f}_i \left(\frac{\mathbf{Z}_{i+1} + \mathbf{Z}_i}{2} \right) \right]. \quad (26)$$

由式(25)和(26),得到下面计算格式:

$$\mathbf{\Gamma}_{i+1}^r \mathbf{Z}_{i+1} = \mathbf{\Gamma}_{i+1}^r \mathbf{Z}_i + \mathbf{\Gamma}_{i+1}^r. \quad (27)$$

式中: $\mathbf{\Gamma}_{i+1}^r$ 为 $2n$ 维列向量; $\mathbf{\Gamma}_{i+1}^r$ 与 $\mathbf{\Gamma}_{i+1}^r$ 为 $2n$ 阶方阵,分别有:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_{i+1}^r &= \Delta t \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ 0.5[(\mathbf{M}^{(i+1)})^{-1}\mathbf{F}^{(i+1)} + (\mathbf{M}^{(i)})^{-1}\mathbf{F}^{(i)}] \end{bmatrix}; \\ \mathbf{\Gamma}_{i+1}^r &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\frac{\Delta t}{2}\mathbf{I} \\ \frac{\Delta t}{4}(\mathbf{M}^{(i+1)})^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{I} + \frac{\Delta t}{4}(\mathbf{M}^{(i+1)})^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\Delta t}{4}(\mathbf{M}^{(i)})^{-1}\mathbf{K} & \frac{\Delta t}{4}(\mathbf{M}^{(i)})^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{\Gamma}_{i+1}^r &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\frac{\Delta t}{2}\mathbf{I} \\ -\frac{\Delta t}{4}(\mathbf{M}^{(i+1)})^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{I} - \frac{\Delta t}{4}(\mathbf{M}^{(i+1)})^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\Delta t}{4}(\mathbf{M}^{(i)})^{-1}\mathbf{K} & -\frac{\Delta t}{4}(\mathbf{M}^{(i)})^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

考虑 $n=16$ 的系统,在初始模态空间中的固有频率为 2.65~67.9 Hz. 设定零初始条件,由式(27)进行正问题分析,取时间步长 $\Delta t=0.002$ s,求得响应后,叠加随机噪声作为模拟实测量.

$$\chi_{\text{err}} = \chi + \eta \text{std}(\chi) N_r. \quad (28)$$

式中: χ_{err} 为叠加了噪声的模拟实测量; χ 为正问题计算所得响应; $\text{std}(\chi)$ 为对应的标准差; η 为噪声水平; N_r 为 $-1 \sim 1$ 的随机数. 然后,取前 8 阶模态叠加进行载荷反演,由 8 个质点 1,2,5,6,9,10,12 和 14 的响应反求 2 个动态力. 不考虑测量噪声,即 $\eta=0$,分别基于模态力的连锁递推反求(式(14))和正则化反求(式(18))得到的动载荷结果如图 2 所示,由图 2 可见,反演载荷与实际载荷吻合. 再考虑 $\eta=$

2%,2 个动载荷的识别结果分别如图 3 与图 4 所示,可见,考虑测量噪声的影响后,采用式(14)进行反求时,在最初阶段,识别结果与实际载荷相差很小,但随时间增大,两者的偏离越来越明显. 递推计算对初值敏感,产生明显累积误差,其原因在于式(14)中模态力前面的系数项 s_i 小于 1,每一步都放大了误差. 图 3 和 4 同时表明,基于正则化反演所得结果均是在实际载荷值附近波动,动载荷随时间变化的趋势与实际情形相同,正则化反演对测量噪声有较好的抑制作用. 考察式(15)可见,由于质量时变项的存在,模态力反求后,其精度仍然受到加速度测量噪声的直接影响,这是导致动载荷反演结果在实际载荷附近波动的主要原因,对测量信号进行滤波,尽量减少噪声污染是提高识别精度的一条重要途径. 从计算效率来考虑,连锁递推的计算量小,而正则化反演需对每阶模态力求高阶代数方程组,相应的计算量显著增加.

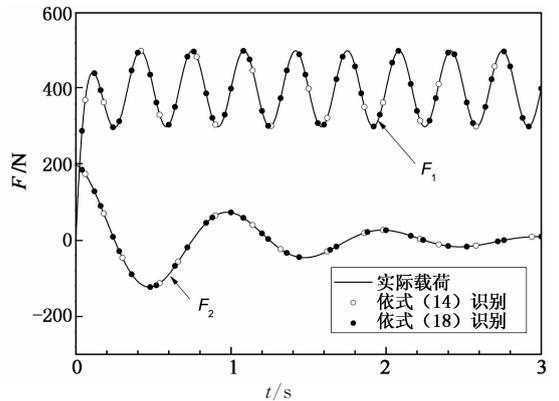


图 2 $\eta=0$ 时的载荷识别结果
Fig. 2 Identification results of loads with $\eta=0$

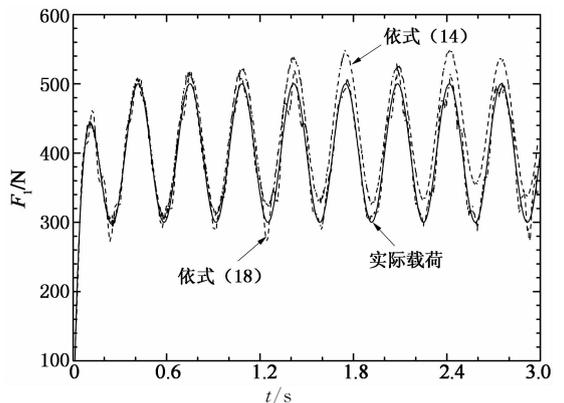


图 3 $\eta=2\%$ 时载荷 F_1 的识别结果
Fig. 3 Identification results of load F_1 with $\eta=2\%$

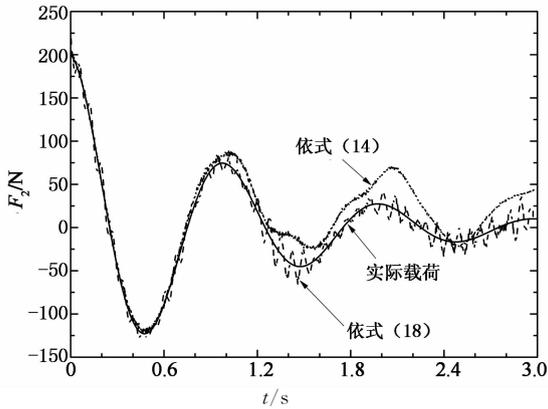


图4 $\eta=2\%$ 时载荷 F_z 的识别结果

Fig. 4 Identification results of load F_z with $\eta=2\%$

3 结论

在初始模态空间中建立变质量系统动载荷识别途径。以变质量多自由度系统的动态激励反演为算例,考察所构造的2种模态力反求格式的稳健性和耐噪性。1)利用离散 Duhamel 积分构造的模态力连锁递推计算仅需加速度测量信号,且计算量小,但容易产生误差累积导致反演结果对初值敏感。2)利用位移的 Duhamel 积分离散进行模态力的正则化求解格式需要位移、加速度测量信号,稳健性较第1种方法强,计算量较大。

参考文献

[1] JOSHI A. Free vibration characteristics of variable rockets having large axial thrust/acceleration[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 187(4): 727-736.

[2] VAN DER BURGH A H P, HARTONO, ABRAMIAN A K. A new model for the study of rain-wind-induced vibrations of a simple oscillator[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2006, 41(3): 345-358.

[3] 沈国辉, 徐晓斌, 楼文娟, 等. 导线覆冰脱冰有限元模拟方法的适用性分析[J]. *工程力学*, 2011, 28(10): 9-15.

SHEN Guo-hui, XU Xiao-bin, LOU Wen-juan, *et al.* Applicability analysis of finite element methodologies to simulate the ice-accreting and ice-shedding on transmission lines[J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(10): 9-15. (In Chinese)

[4] 曹国华, 朱真才, 彭维红, 等. 变质量提升系统钢丝绳轴向-扭转耦合振动特性[J]. *振动与冲击*, 2010, 29(2): 64-68.

CAO Guo-hua, ZHU Zhen-cai, PENG Wei-hong, *et al.* Axial-torsion coupling vibration characteristics in elevate system with variable mass[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(2): 64-68. (In Chinese)

[5] 廖剑晖, 由小川, 吕海波, 等. 发展时变附加质量方法模拟飞行器出水过程[J]. *工程力学*, 2012, 29(4): 202-223.

LIAO Jian-hui, YOU Xiao-chuan, LV Hai-bo, *et al.* Development of a time-varying added mass method in the simulations of the water-exit process of underwater vehicle[J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(4): 202-223. (In Chinese)

[6] 邢誉峰, 杨蓉. 动力学平衡方程的 Euler 中点辛差分求解格式[J]. *力学学报*, 2007, 39(1): 100-105.

XING Yu-feng, YANG Rong. Application of Euler midpoint symplectic integration method for the solution of dynamic equilibrium equations[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, 39(1): 100-105. (In Chinese)

[7] 邢誉峰, 谢珂, 潘忠文. 变质量系统振动分析的两种方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2013, 39(7): 858-862.

XING Yu-feng, XIE Ke, PAN Zhong-wen. Two methods for vibration analysis of variable-mass systems[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2013, 39(7): 858-862. (In Chinese)

[8] 于开平, 庞世伟, 赵婕. 时变线性/非线性结构参数识别及系统辨识方法研究进展[J]. *科学通报*, 2009, 54(20): 3147-3156.

YU Kai-ping, PANG Shi-wei, ZHAO Jie. Advances in method of time-varying linear/nonlinear structural system identification and parameter estimate[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2009, 54(20): 3147-3156. (In Chinese)

[9] SANCHEZ J, BENAROYA H. Review of force reconstruction techniques[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(14): 2999-3018.

[10] 张青霞, 段忠东, JANKOWSK L. 基于虚拟变形法的车-桥耦合系统移动质量识别[J]. *力学学报*, 2011, 43(3): 598-610.

ZHANG Qing-xia, DUAN Zhong-dong, JANKOWSK L. Moving mass identification of vehicle-bridge coupled system based on virtual distortion method[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, 43(3): 598-610. (In Chinese)

[11] KOLAKOWSKI P, WIKLO M, HOLNICKI-SZULC J. The virtual distortion method—a versatile reanalysis tool for structures and systems[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2008, 36(2): 217-234.

[12] HANSEN P C. Truncated SVD solutions to discrete ill-posed problems with ill-determined numerical rank[J]. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 1990, 11(3): 503-518.

[13] GOLUB G H, HEATH M, WAHBA G. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter[J]. *Technometrics*, 1979, 21(2): 215-223.