**文章编号:**1674-2974(2016)03-0048-07

# 基于向量式有限元的大跨度钢结构 施工力学分析方法<sup>\*</sup>

朱明亮1,27,郭正兴1,2

(1.东南大学 混凝土及预应力混凝土教育部重点实验室,江苏南京 210096;2.东南大学 土木工程学院,江苏南京 210096)

摘 要:针对大跨度钢结构施工容易产生刚体位移等强烈非线性过程的特点,采用向量 式有限元分析方法进行施工过程模拟.基于向量式有限元的基本理论,引入张拉索单元,通 过控制张拉索单元的原长,实现大跨度预应力钢结构张拉全过程模拟;引入千斤顶单元,实 现大跨度钢结构的脱架模拟.在此基础上,利用 MATLAB 语言编制了基于向量式有限元理 论的施工过程分析程序,并通过悬臂梁拼装、索桁架张拉成形以及大跨度张弦桁架的张拉施 工过程模拟分析,与传统分析方法进行比较,验证理论推导和自编程序的正确性与有效性. 结果表明,采用基于向量式有限元的施工力学分析方法能够准确模拟结构拼装、预应力张拉 成形和结构脱架等施工过程.

关键词:大跨度钢结构;施工过程;向量式有限元;张拉索单元;千斤顶单元 中图分类号:TU311.4;TU393.3 
文献标识码:A

## Construction Mechanics Analysis of Long-span Steel Structure Based on Vector Form Intrinsic Finite Element Method

ZHU Ming-liang<sup>1,2†</sup>, GUO Zheng-xing<sup>1,2</sup>

(1. Key Lab of Concrete and Prestressed Concrete Structures of Ministry of Education, Southeast Univ, Nanjing, Jiangsu 210096, China; 2. School of Civil Engineering, Southeast Univ, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

Abstract: Since the long-span steel structure is prone to perform nonlinearity such as yielding rigid body motion under construction loading, construction process analysis was conducted by the Vector Form Intrinsic Finite Element method (VFIFE). Based on the basic theory of the VFIFE, the tensioning cable element was introduced to simulate the tensioning process by adjusting the length of the cable element. In addition, the jack element was used for the unloading analysis of the long-span steel structure. Moreover, the VFIFE based program was developed by the MATLAB, and compared with the conventional method by means of three FE models such as the assembly of cantilever beam, the tension forming of cable truss, and the tensioning construction of long-span truss string structure. To this end, the VFIFE theory and program were verified and validated. The result showed that the assembly, tension forming, and unloading of the long-span steel structures could be reasonably simulated by the VFIFE.

Key words: long-span steel structure; construction process; Vector Form Intrinsic Finite Element (VFIFE); tensioning cable element; jack element

\* 收稿日期:2015-03-09
 基金项目:国家自然科学基金资助项目(51308105), National Natural Science Foundation of China (51308105)
 作者简介:朱明亮(1982-),男,江西崇义人,东南大学讲师,博士
 \*通讯联系人,E-mail: zhumingliangseu@163.com

早期的施工力学问题主要存在于桥梁[1-3]和高 层建筑[4]中,随着大跨空间结构、复杂结构的蓬勃发 展,结构施工的周期和复杂性都大大增加,而且施工 过程与结构最终成型状态关系更加密切,施工力学 问题在大跨度钢结构中受到了充分的重视,但国外 在大跨度钢结构施工力学问题方面公开发表的文献 较少[5-6].国内对施工力学的研究则主要基于时变 力学理论[7],将施工过程离散为若干施工阶段进行 分析,常采用生死单元法和分步建模法[8],将连续的 施工过程进行离散化求解.生死单元技术采用一次 性建模,然后按照实际施工步骤逐步"杀死"或"激 活"单元来模拟整个施工过程结构的受力及变形状 态,避免了单元网格的重新划分,只需建立一次整体 模型,但其缺点是单元被激活后可能发生漂移而与 实际的安装位形不符,出现较大偏差甚至求解不能 收敛;分步建模法是按照施工步骤边建模边求解,可 精确控制施工过程中构件的安装位形,不存在生死 单元技术由于"死"单元的"漂移"而导致刚度矩阵病 态的问题,其缺点是每个施工步骤都需导入上个施 工步分析的应力状态作为本次分析的初始应力状 态,重复建模.而且传统有限元方法在大变形、大变 位等这类施工过程中经常涉及到的非线性问题求解 方面往往存在较大困难.

向量式有限元<sup>[9-11]</sup>是一种基于动力学求解的 数值方法,它从传统的牛顿力学出发,建立起一套完 整的理论.此方法可以应用于所有符合牛顿定律的 力学问题求解,不需求解联立方程组,不存在非线性 求解的收敛问题,尤其适合于动力问题.国内已有部 分学者将其引入到结构分析中<sup>[12-16]</sup>,可以完成诸如 大变形、大位移,甚至是刚体位移等一系列非线性分 析.本文利用向量式有限元理论计算与时间的依存 性,进行大跨度钢结构施工力学分析,为大跨度钢结 构的施工力学分析提供了一种新的手段.

## 1 向量式有限元概述

向量式有限元的理论构架不同于经典结构力 学,选择了一组不同的概念描述和简化假设.在向量 式有限元基本理论中推翻了传统结构力学中的一些 简化假设,例如刚性杆件、运动和变形的分解以及路 径独立的过程和静态解,杆件的变位量和变形量是 没有限制的,而把时间也作为分析的一个变量来考 虑.因此,向量式有限元能够考虑运动进行的全部过 程,处理作用力和操作环境持续变化的真实状况.同 时,向量式有限元引入了数值计算方法,避免了多层 次的迭代计算,求解过程中不形成刚度矩阵,因此不 仅能够方便地处理大变形、大变位等几何非线性问 题,也能够处理材料非线性和状态非线性等不连续 行为.

#### 1.1 求解过程

根据牛顿第二定律,对于每个质点有: ma = F; (1)

$$I_{\alpha} = M. \tag{2}$$

式中:*m*,*a*,*F*分别为质点的质量、加速度和所受到的合力;*I*,*α*,*M*分别为质点的质量惯性矩、角加速度和所受到的合弯矩.引用中央差分公式,得

$$d_{n+1} = \frac{F_n}{m}h^2 + 2d_n - d_{n-1}; \qquad (3)$$

$$\theta_{n+1} = \frac{M_n}{I}h^2 + 2\theta_n - \theta_{n-1}.$$
(4)

式中:d, $\theta$ 分别为质点的线位移和角位移;h为计 算步长.当n=1时,

$$d_2 = d_1 + hv_1 + \frac{F_1}{2m}h^2; (5)$$

$$\theta_2 = \theta_1 + h\omega_1 + \frac{M_1}{2I}h^2.$$
(6)

式中: ω1 为初始速度.

若在式(1)和式(2)中考虑质点受阻尼力作用, 引入阻尼系数 c,可得到

$$d_{n+1} = \frac{F_n}{m} h^2 c_1 + 2d_n c_1 - d_{n-1} c_2; \qquad (7)$$

$$\theta_{n+1} = \frac{M_n}{I} h^2 c_1 + 2\theta_n c_1 - \theta_{n-1} c_2.$$
(8)

式中:  $c_1 = 1/(1 + ch/2)$ ;  $c_2 = c_1(1 - ch/2)$ . 阻尼 系数对于最终结果没有影响,但会影响收敛速度.

#### 1.2 分析流程

本文基于向量式有限元理论,采用 MATLAB 语言编制了模拟施工过程的分析程序,流程如图 1 所示.

#### 2 单元内力

#### 2.1 张拉索单元

文献[17]中详细介绍了索、杆、梁单元的内力推导过程.如图 2 所示,假设单元 AB 由初始位置  $A_1B_1运动到下一时间点 A_2B_2,可以将此过程分解$ 为平移 <math>u 和空间转角  $\theta$ .可知  $A_2B_2$ 状态下杆件内 力为:

$$\boldsymbol{f}_{A_2B_2} = \left( f_{A_1B_1} + E_a A_a \frac{\Delta l}{l_{A_1B_1}} \right) \boldsymbol{e}_{A_2B_2}. \tag{9}$$

式中: $e_{A_2B_2}$ 为 $A_2B_2$ 位置的方向向量.



图 1 向量式有限元分析流程图 Fig. 1 Calculation flow of VFIFE

求得单元内力后,根据相互作用力的原理可得 到单元对于各质点的作用力.作用在结构上的外力 可以根据等效力原理加载于各质点上,这样便求出 了质点所受到的合力,代入式(3)和式(4)求解.

假设 A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>为单元张拉前无预应力状态,单元无 预应力长度为 l<sub>0</sub>,由于张拉过程中拉索变形始终处 于弹性范围,且忽略单元截面的变化,式(9)可简 化为:

$$\boldsymbol{f}_{A_2B_2} = \left( E_0 A_0 \frac{l_{A_2B_2} - l_0}{l_{A_1B_1}} \right) \boldsymbol{e}_{A_2B_2}. \tag{10}$$

式中:*l*。为单元初始态的长度;*A*。为初始态截面积;*E*。为弹性模量.

事实上,拉索预应力的建立是依靠拉索原长的 变化来实现的.因此,在进行张拉过程模拟时,可通 过控制其原长来调整拉索索力.

 $l_0 = vnh. \tag{11}$ 

式中:v 为张拉速度;n 为张拉过程所有时间步;h 为 分析步长.索单元能够根据预应力大小进行伸长或 缩短,通过模拟拉索长度的变化,真实反映拉索在张 拉过程中力与形的变化.显然,为符合拉索只受拉不 受压的特点,可令  $f_{A_2B_2} < 0$ ,则 $E_0 = 0$ .索一旦发生 松弛将不提供刚度,退出工作.



图 2 单元逆向运动 Fig. 2 Inverse motion of element

## 2.2 千斤顶单元

大跨度钢结构在安装过程中采用支撑胎架,为 便于卸载,一般使用千斤顶作为临时支撑与结构之 间的连接,千斤顶在卸载施工中有较大的承载能力, 且便于控制.基于千斤顶工作中受压而不受拉的特 点,可采用与张拉索单元类似的模拟方法,建立千斤 顶单元的内力计算公式.不同的是,千斤顶单元只能 受压不能受拉,因此,当 $f_{A,B_0} > 0$ 时, $E_0 = 0$ .

### 3 大跨度钢结构施工力学分析

施工力学分析方法主要包括有限单元法、时变 单元法和拓扑变化法等.时变单元法是指离散网格 不变,通过单元大小的变化来实现求解区域的变化, 但存在数值积分稳定性问题.拓扑变化法应用拓扑 学原理用数值手段实现求解区域的变化,但要求时 变次数不能太多,否则计算效率不高.有限单元法因 为理论成熟,易于程序化,得到了广泛的应用.但对 于大变形、大变位甚至刚体位移等非线性过程的求 解往往很难收敛.本文采用向量式有限元方法,可根 据实际施工顺序通过确定新增单元或节点,直接建 立新增构件加入初始模型进行分析.由于向量式有 限元求解本身即为动态求解过程,因此不需调整参 数,真实模拟实际施工顺序,跟踪受力和变形过程.

#### 3.1 算例1

如图 3 所示的悬臂梁结构,分为 4 段施工,仅考 虑自重荷载,后续构件的安装按照切线的方式进行. 悬臂梁截面规格为 H1400 mm×500 mm×10 mm ×22 mm,材料弹性模量为 2.06×10<sup>5</sup> MPa,密度为 7.85×10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>.

采用大型通用有限元软件 ANSYS 中的生死单 元法和本文方法分别计算各阶段节点挠度,结果如 表1所示.考虑在施工过程中,两者均按照切线方式 进行下一步施工,对比生死单元法和本文方法可知, 两者结果相差不大,这表明本文方法是有效的.



图 3 悬臂梁结构 Fig. 3 Cantilever beam

表 1 各阶段节点的竖向位移 Tab. 1 Vertical displacement of different stages mm

节点	阶段 0	阶段 1	阶段 2	阶段 3	阶段 4
а	<u>35.11</u>	1.63(1.63)	7.52(7.52)	18.70(18.69)	35.11(35.12)
b	<u>119.66</u>	_	22.31(22.32)	60.47(60.46)	119.68(119.66)
с	227.28	_	_	109.51(109.50)	227.29(227.29)
d	<u>342.17</u>	_	—	_	342.23(342.21)

注:表中括号内数据为 ANSYS 生死单元法结果,带下划线数据为不考虑 施工过程的计算结果.

#### 3.2 算例 2

如图 4 所示两端为铰支座的索桁架初始态,拉 索均为无应力长度,粗实线表示钢拉杆  $\Phi$ 102 mm× 6 mm,弹性模量 2.06×10<sup>5</sup> MPa,细实线为拉索  $\Phi$ 20,弹性模量 1.6×10<sup>3</sup> MPa,密度均为 7 850 kg/ m<sup>3</sup>,不考虑自重影响.通过张拉 AD 和 CD 两根拉索 对索桁架进行预应力张拉,直至最终态(见图 5).



图 5 索桁架最终态(单位:mm) Fig. 5 Final state of cable truss(unit:mm)

建立向量式有限元模型,其中杆件 BD 采用杆 单元,拉索 AB 和 CB 采用索单元,拉索 AD 和 CD 采用张拉索单元.对拉索进行张拉有两种模拟方式: 一是设置阻尼系数,采用拟静力分析的方法,拉索长 度一次变更到原长,忽略拉索长度变化及预应力建 立的过程,得到最终成形状态;二是设阻尼系数为 零,采用动力分析的方法,拉索长度以一定的速度逐 渐变化至原长,这样可以跟踪模拟预应力在整个结 构中建立的过程.

图 6 和图 7 分别给出了采用这 2 种方法得到的 单元内力和节点竖向位移时程曲线,其中阻尼系数 为 0 时,拉索提升速度为 4.06 mm/s.



由图 6 和图 7 可知,当阻尼系数为 20 时,拉索 原长突变,内力和位移曲线均产生振动,但随着阻尼 力的作用逐渐趋于最终结果;当阻尼系数为 0 时,因 为拉索原长以缓慢的速度变化,产生的振动较小,而 内力和位移均缓慢增加,最终也达到了平衡状态.算 例表明,采用两种方法得到的最终结果是一致的,内 力为 6 933.4 N,竖向位移为 250 mm,且与理论解



## 4 工程实例

南京水利科学研究院河口海岸深水航道试验大 厅屋盖采用大跨度张弦桁架结构体系,跨度达 119.8 m,上部钢屋盖支承于下部型钢混凝土框架 柱,一端简支一端滑动(图 8).屋盖由 18 榀张弦桁 架组成,单榀桁架采用倒三角截面立体管桁架形式, 矢高7 m,垂度5 m,总高12 m;下弦拉索采用 PES7-163 缆索,弹性模量1.95×10<sup>11</sup> MPa,施加预 应力1 190 kN.根据工程特点及施工条件,采用单 榀桁架带胎架张拉,支撑胎架与桁架之间通过千斤 顶连接,支撑胎架卸载后,桁架沿轴向累积滑移技术 进行钢结构安装.支撑胎架采用2.0 m×2.0 m 格 构式标准节,高22.0 m.立杆采用L152×6,横杆采 用L75×6,斜杆采用L100×6,柱顶连梁采用I20a, 如图9 所示.

根据实际施工过程,首先在胎架上拼装上部刚 性管桁架,然后挂索并进行张拉,利用向量式有限元 可以首先将拉索的弹性模量设为零,分析上部管桁 架自重作用下的受力状态,然后改变索长进行张拉 模拟.由于本工程为单榀张拉施工,本文对钢结构屋 盖端部的第一榀张弦桁架施工张拉过程进行模拟分 析,跟踪结构位形及内力变化.



图 8 轴测图 Fig. 8 Axonmetric drawing



建立向量式有限元模型,管桁架使用梁单元模拟, 撑杆为杆单元,考虑张拉过程实际情况,假定拉索的端 部索段为原长可以改变的张拉索单元,以此模拟张拉 过程,中间索段为只受拉不受压索单元.桁架下部采用 双拼格构式支撑胎架,桁架与支撑胎架之间通过千斤 顶单元连接.时间步长取为 0.000 12 s.

图 10 和图 11 分别为上部钢桁架跨中竖向位移和 支座节点水平位移时程曲线,图 12 和图 13 分别为拉索 内力和千斤顶内力时程曲线.0~1.2 s为钢桁架拼装 阶段,设阻尼系数为 30,拟静力计算跨中位移逐渐达到 静态稳定;1.2~13.2 s为预应力张拉阶段,令阻尼系数 为0,进行动态分析,位移和内力逐渐增大,但在 6.6 s 左右时跨中位移和内力均有突变,这是由于在 6.6 s时 千斤顶内力变为 0,由图 13 可知,此时钢桁架脱架.当 时间为 13.2~18.0 s时,令阻尼系数为 30,位移和内力 趋于稳定.最终得到跨中竖向位移为212.4 mm,支座节 点水平位移为-77.1 mm,拉索内力为 1 193.4 kN,千 斤顶内力为零.

图 14 和图 15 均为采用大型通用有限元软件 ANSYS 程序根据目标索力进行找力之后的分析结 果,跨中竖向位移和支座水平位移分别为 211.0 mm 和-76.6 mm.拉索索力为1 190 kN,临时支撑 可以脱架.









图 15 张弦桁架水平位移 Fig. 15 Horizontal displacement of truss string structure

## 5 结 论

1)本文基于向量式有限元的基本理论,推导了 张拉索单元和千斤顶单元两种新型单元,实现了施 工力学实时分析,编制了含有张拉索单元和千斤顶 单元的结构计算分析程序,实现了预应力张拉过程 分析.

2)编制了大跨度张弦桁架张拉施工分析程序, 并针对具体工程进行了模拟,验证了理论推导和程 序的有效性.但自编程序的计算效率与传统有限元 相比还有待提高,可优化程度较大.

3)施工力学分析的难点在于施工过程中,结构 的几何、材料和边界条件等均有可能随时间变化.相 对于传统有限元分析方法来说,本文提出的分析方 法从动力学方程出发,能够适应大变形、大变位等复 杂非线性条件的分析,具有较强的适用性,且能够跟 踪施工过程中的内力和位移变化情况,得到整个施 工过程中内力和位移的动态时程曲线,监控施工过 程的安全,对内力和位移较大的杆件与节点进行 预警.

## 参考文献

[1] 向中富.桥梁施工控制技术[M].北京:人民交通出版社,2001: 1-10.

XIANG Zhong-fu. Control technique for construction of bridge [M]. Beijing: China Communication Press, 2001:1-10. (In Chinese)

[2] CHIU H S. Long-term deflection control in cantilever prestressed concrete bridge I: control method[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1996, 122(6):489-494.

- [3] 杨孟刚,陈政清.自锚式悬索桥施工过程模拟分析[J].湖南 大学学报:自然科学版,2006,33(2):26-30.
  YANG Meng-gang, CHEN Zheng-qing. An analysis of construction stages simulation for self-anchored suspension bridges[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2006, 33(2):26-30. (In Chinese)
- [4] 李瑞礼,曹志远.高层建筑结构施工力学分析[J].计算力学学报,1996,16(2):157-161.
   LI Rui-li, CAO Zhi-yuan. Construction mechanics analysis in

tall buildings [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 1996,16(2):157-161. (In Chinese)

- [5] LEVY M P. The Georgia dome and beyond achieving lightweight-long span structure [C]//Proceedings of IASS-ASCE International Symposium. New York: ASCE, 1994;560-562.
- [6] GEIGER D H. The design and construction of two cable domes for the Korean Olympics[C]// Proceedings of IASS-ASCE International Symposium on Shells, Membranes and Space Frames. Osaka: ASCE, 1986:265-272.
- [7] 王光远.论时变结构力学[J].土木工程学报,2000,33(6):105 -108.

WANG Guang-yuan. On mechanics of time-varying structures [J]. China Civil Engineering Journal, 2000,33(6):105-108. (In Chinese)

[8] 刘学武,郭彦林.考虑几何非线性钢结构施工力学分析方法
 [J].西安建筑科技大学学报:自然科学版,2008,40(2):161-169.

LIU Xue-wu, GUO Yan-lin. Construction mechanics analytical procedures for steel structures in view of the geometric nonlinearity[J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology: Natural Science Edition, 2008,40(2):161-169. (In Chinese)

[9] TING E C, SHIH C, WANG Y K. Fundamentals of a vector form intrinsic finite element: part I. basic procedure and a plane frame element [J]. Journal of Mechanics, 2004, 20(2): 113-122.

- [10] TING E C, SHIH C, WANG Y K. Fundamentals of a vector form intrinsic finite element: part II. plane solid elements[J]. Journal of Mechanics, 2004, 20(2):123-132.
- [11] SHIH C, WANG Y K, TING E C. Fundamentals of a vector form intrinsic finite element: part III. convected material frame and examples[J]. Journal of Mechanics, 2004, 20(2): 133-143.
- [12] WANG R Z, CHUANG C C, WU T Y, et al. Vector form analysis of space truss structure in large elastic-plastic deformation[J]. Journal of the Chinese Institute of Civil Hydraulic Engineering, 2005, 17(4): 633-646.
- [13] WANG C Y, WANG R Z, CHUANG C C, et al. Nonlinear analysis of reticulated space truss structures[J]. Journal of Mechanics, 2006, 22(3): 199-212.
- [14] 向新岸.张拉索膜结构的理论研究及其在上海世博轴中的应用[D].杭州:浙江大学建筑工程学院,2010:114-124.
  XIANG Xin-an. Theoretical research of cable-membrane structures and application on the EXPO axis project in Shanghai [D]. Hangzhou: College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, 2010:114-124. (In Chinese)
- [15] 朱明亮,董石麟. 向量式有限元在索穹顶静力分析中的应用
  [J]. 工程力学, 2012, 29(8):236-242.
  ZHU Ming-liang, DONG Shi-lin. Application of vector form intrinsic finite element method to static analysis of cable domes
  [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(8):236-242. (In Chinese)
- [16] ZHU Ming-liang, DONG Shi-lin, YUAN Xing-fei. Failure analysis of cable domes due to cable slack or rupture[J]. Advances in Structural Engineering, 2013,16(2):259-271.
- [17] 朱明亮,董石麟. 基于向量式有限元的弦支穹顶失效分析[J]. 浙江大学学报:工学版,2012,46(9):1611-1618.
  ZHU Ming-liang, DONG Shi-lin. Failure analysis of suspendome by vector form intrinsic finite element method[J]. Journal of Zhejiang University:Engineering Science, 2012,46(9): 1611-1618. (In Chinese)