

## 岩石空隙变化及其变形全过程的统计损伤模拟方法\*

曹文贵<sup>†</sup>, 张超, 贺敏, 刘涛

(湖南大学 岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082)

**摘要:**针对因空隙(包括初始和次生空隙)变化引起岩石变形呈现高度非线性的特征,首先将岩石视为由颗粒骨架和空隙两部分组成,并采用宏观与微观分析相结合的方法,建立岩石应力与应变分别在宏观与微观方面的关系,从而揭示空隙岩石变形力学机理,为模拟岩石变形全过程奠定了基础;然后,在此研究基础上依据 Lemaitre 应变等价性原理,建立考虑空隙变化影响的新型岩石损伤模型,引入统计损伤理论进而建立能够模拟岩石变形全过程的统计损伤本构模型并给出了参数确定方法.该模型不仅能反映岩石的应变软化特性,而且还能反映因空隙压缩引起的岩石变形的非线性特征;最后,通过实例分析,将本文及同类模型的理论曲线与实测曲线进行对比分析,表明了本文模型与方法的合理性与优越性.

**关键词:**岩石;空隙变化;统计损伤理论;本构模型;非线性变形

**中图分类号:** TU452

**文献标志码:** A

## Voids Change and Statistical Damage Simulation Method of the Full Deformation Process for Rocks

CAO Wengui<sup>†</sup>, ZHANG Chao, HE Min, LIU Tao

(Geotechnical Engineering Institute, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** According to the highly nonlinear deformation characteristic of rocks caused by the change of voids (including initial and secondary voids), firstly, rocks can be regarded as composed of two parts: particle skeleton and voids. Then the relationships between macroscopic and microscopic aspects in stress and strain of rocks were developed by combining macro-analysis and micro-analysis respectively, which have revealed the deformation mechanism of voids rocks and have provided a theoretical basis for the simulation of the full deformation process of rocks. Afterwards, based on these researches, a new damage model considering the effect of voids change was established by Lemaitre's hypothesis of strain equivalence, and then a statistical damage constitutive model stimulating the full deformation process for rocks was thus proposed by introducing statistical damage theory and the methods for determining its parameters was simultaneously given. This model can reflect not only the property of strain softening but also the nonlinear deformation characteristic of rocks caused by voids compression. Finally, through example analysis and comparison between the measured curves and the theoretical curves for this paper and similar models, the rationality and superiority of this model and methods have been indicated.

\* 收稿日期:2016-04-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51378198), National Natural Science Foundation of China(51378198); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20130161110017), Programs Foundation of Ministry of Education of China(20130161110017)

作者简介:曹文贵(1963—),男,湖南南县人,湖南大学教授,博士生导师

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: cwglyp@21cn.com

**Key words:** rock; voids change; statistical damage theory; constitutive model; nonlinear deformation

众所周知,岩石都存在初始空隙(包括孔隙和裂隙),当岩石受到超过本身强度的应力作用时将会发生屈服和破坏,从而形成新的次生空隙,正因为如此,在应力作用下,岩石的空隙率必然会发生变化,并引起岩石的体积变化(包括体积压缩或扩容),从而导致岩石变形力学参数(如变形模量和泊松比)的变化,使岩石变形呈现高度非线性特征,因此,在研究岩石变形全过程的模拟方法即岩石本构模型时值得特别考虑,这正是本文研究的出发点。

自从唐春安等<sup>[1]</sup>和曹文贵等<sup>[2]</sup>将统计损伤理论引入到岩石变形过程模拟研究以来,并经其后许多学者<sup>[3-11]</sup>的完善,使基于统计损伤理论的岩石变形过程模拟方法研究取得了令人鼓舞的进展,并成为岩石变形过程模拟最成功的方法之一,它们不仅可以描述在低应力水平下岩石压密完成后的线性变形特征,而且,还可描述在高应力水平下岩石屈服或破坏后的应变软化或硬化的非线性变形特征,较好地模拟了岩石变形全过程及其变形规律。但是,利用这些方法与模型在模拟岩石变形全过程时,在岩石变形的不同阶段,理论分析曲线与工程实测曲线均存在不同程度的差异,究其原因,在于上述方法和模型没有考虑岩石在变形过程中因空隙变化引起的体积变化,因为岩石空隙变化必然会引起岩石变形特性的变化。为此,曹文贵等<sup>[12-13]</sup>把在应力作用下的岩石抽象为由岩块和空隙两部分组成,通过微观应力应变分析方法获得了反映空隙变化影响的岩石微观应力和变形与其宏观应力和变形之间的关系,并将其应用于基于统计损伤理论的岩石变形全过程模拟方法研究,使其模拟效果得到了一定程度的改善。然而,这种模拟效果的改善甚微,其原因在于他们认为岩石宏观变形与岩块微观变形协调且相同,这显然不符合实际,因为岩石宏观变形不仅包括岩块的变形,还应包括岩石因空隙变化而引起的变形。因此,在研究岩石变形全过程模拟方法时,正确反映岩石变形力学机理成为关键,这正是本文研究的核心内容。

为此,本文将在研究岩石变形力学机理的基础上,探讨在空隙变化影响下岩石微观应力和变形与其宏观应力和变形之间的关系,并将其引入基于统计损伤理论的岩石变形全过程模拟方法研究,使岩石变形全过程的模拟更加接近于实际,以期完善岩

石本构关系研究的内容与方法。

## 1 岩石的空隙介质特征及其变形机理

岩石存在的空隙(包括初始和次生空隙)使岩石具有空隙介质特性,显然岩石不同于经典固体力学研究中的连续固体介质,二者的变形力学机理存在较大差异,因此,为了更好地研究岩石的变形规律,就必须充分考虑岩石的空隙介质特性,因而本文将采用微观与宏观分析相结合的研究方法,探讨岩石的变形力学机理。

作为空隙介质的岩石,其变形力学机理涉及岩石应力和变形分别在宏观与微观方面的关系,下面将分别进行介绍。

### 1.1 岩石宏观与微观应力之间的关系

将空隙岩石视为由颗粒骨架和空隙两部分组成,若在岩石中取某截面进行分析,并设截面上颗粒骨架的平均实际应力为 $\sigma_{si}$ ;累计面积为 $A_s$ ;累计空隙面积为 $A_0$ ;截面总面积为 $A$ ;截面上平均应力(或称宏观应力)为 $\sigma_i$ ;荷载 $\sigma_i A$ 完全由相应截面上颗粒骨架承担;则由力的平衡关系可得

$$\sigma_i A = \sigma_{si} A_s \quad (1)$$

令 $n = A_0/A$ ,于是可得<sup>[12-15]</sup>

$$\sigma_{si} = \sigma_i / (1 - n) \quad (2)$$

式(2)即为岩石宏观应力 $\sigma_i$ 与微观应力 $\sigma_{si}$ 之间的关系,其显然与空隙率 $n$ 密切相关。

### 1.2 岩石宏观与微观变形之间的关系

为了建立岩石宏观与微观变形之间的关系,沿某应力作用方向 $i$ 取一柱体单元,并设该柱体单元轴向长度为 $L_i$ ;颗粒骨架累计长度为 $L_{si}$ ;它在应力 $\sigma_i$ 作用下的轴向长度变为 $L'_i$ ;相应颗粒骨架累计长度变为 $L'_{si}$ ;柱体单元在应力 $\sigma_i$ 作用前后的空隙率分别为 $n_0$ 和 $n$ ,则

$$L_{si} = (1 - n_0)L_i \quad (3)$$

$$L'_{si} = (1 - n)L'_i \quad (4)$$

令

$$\Delta L_i = L_i - L'_i \quad (5)$$

$$\Delta L_{si} = L_{si} - L'_{si} \quad (6)$$

于是,可得岩石宏观应变( $\epsilon_i = \Delta L_i/L_i$ )和颗粒骨架实际应变( $\epsilon_{si} = \Delta L_{si}/L_{si}$ )之间的关系,即

$$\epsilon_{si} = \frac{\Delta L_{si}}{L_{si}} = \frac{L_{si} - L'_{si}}{L_{si}} = \epsilon_i + \frac{n - n_0}{1 - n} (1 - \epsilon_i) \quad (7)$$

由于  $\epsilon_i \ll 1.0$ , 于是式(7)可简化为<sup>[15]</sup>

$$\epsilon_{si} = \epsilon_i + \frac{n - n_0}{1 - n} \quad (8)$$

式(8)即为岩石宏观应变  $\epsilon_i$  与颗粒骨架微观应变  $\epsilon_{si}$  之间的关系, 显然这与文献[12-14]的假定(即  $\epsilon_{si} = \epsilon_i$ )明显不同, 显然式(8)更能反映实际情况, 它表明岩石宏观应变由颗粒骨架微观应变和因空隙变化引起的应变两部分组成。

若将  $i$  分别视为  $x, y$  和  $z$  坐标, 则由式(7)可分别得到岩石在  $x, y$  和  $z$  3个坐标轴方向的宏观与微观应变之间的关系。于是, 由岩石宏观体应变 ( $\epsilon_v = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$ ) 以及岩石颗粒骨架实际体应变 ( $\epsilon_{sv} = \epsilon_{sx} + \epsilon_{sy} + \epsilon_{sz}$ ) 可得

$$\epsilon_{sv} = \epsilon_v + \frac{n - n_0}{1 - n} (1 - \epsilon_v) \quad (9)$$

另外, 根据文献[12-14]可得岩石宏观体应变和空隙率之间的关系为

$$\epsilon_v = \frac{n_0 - n}{1 - n} \quad (10)$$

于是, 将式(10)分别代入式(8)和(9), 分别可得

$$\epsilon_i = \epsilon_{si} + \epsilon_v \quad (11)$$

$$\epsilon_{sv} = \epsilon_v^2 = \left( \frac{n_0 - n}{1 - n} \right)^2 \quad (12)$$

由此可以看出, 式(2), (11)和(12)分别揭示了岩石在应力作用下的宏观应力与微观应力、宏观应变与微观应变以及宏观体应变与微观体应变之间的关系, 为岩石变形过程模拟方法研究奠定了基础。

## 2 岩石变形全过程统计损伤模拟方法

现有大量研究<sup>[1-14]</sup>已经表明, 基于统计损伤理论的岩石变形全过程模拟方法可行, 于是, 本文仍沿用该方法探讨考虑空隙或体积变化影响的岩石变形全过程模拟方法。为此, 假定空隙岩石的损伤来源于颗粒骨架的损伤, 并假定颗粒骨架由未损伤材料和损伤材料两部分组成, 其中损伤材料不具有任何承载能力, 颗粒骨架所受应力完全由未损伤材料承担<sup>[1-3]</sup>。设颗粒骨架未损伤材料所受应力(称为实际应力<sup>[15]</sup>)为  $\sigma'_{si}$ , 依据 Lemaitre 应变等价性理论<sup>[16]</sup>可得

$$\sigma_{si} = (1 - D)\sigma'_{si} \quad (13)$$

式中:  $D$  为颗粒骨架损伤变量, 定义为颗粒骨架损伤截面积与总截面积之比。将式(13)代入式(2)可得

$$\sigma_i = (1 - n)(1 - D)\sigma'_{si} \quad (14)$$

假定未损伤材料的应力应变关系服从广义虎

克定律, 即

$$\sigma'_{si} = E_s \epsilon_{si} + \mu_s (\sigma'_{sj} + \sigma'_{sk}) \quad (15)$$

式中:  $i, j, k = 1, 2, 3$ ;  $E_s$  和  $\mu_s$  分别为未损伤材料弹性模量和泊松比, 理论上不易测定, 但可近似认为其与致密岩块的变形力学参数一致。将式(15)代入式(14)可得

$$\sigma_i = (1 - n)(1 - D)E_s \epsilon_{si} + \mu_s (\sigma_j + \sigma_k) \quad (16)$$

将式(8)代入式(16)可得

$$\sigma_i = (1 - D)[(1 - n)\epsilon_i - n_0 + n]E_s + \mu_s (\sigma_j + \sigma_k) \quad (17)$$

式(17)即为考虑空隙或体积变化影响的新型岩石损伤模型。由此可以看出, 利用该模型模拟空隙岩石变形全过程, 必须解决空隙率和损伤因子的确定方法问题, 下面将分别作详细介绍。

### 2.1 空隙率的确定方法

为了研究问题的方便, 考虑岩石三轴试验的实际情况, 由式(15)可得空隙岩石的颗粒骨架微观应力与应变之间的关系, 即

$$\epsilon_{s1} = [\sigma'_{s1} - \mu_s (\sigma'_{s2} + \sigma'_{s3})] / E_s \quad (18)$$

$$\epsilon_{s2} = [\sigma'_{s2} - \mu_s (\sigma'_{s1} + \sigma'_{s3})] / E_s \quad (19)$$

$$\epsilon_{s3} = [\sigma'_{s3} - \mu_s (\sigma'_{s1} + \sigma'_{s2})] / E_s \quad (20)$$

可得

$$\epsilon_{s2} = [(1 - \mu_s^2)\sigma'_{s2} - (\mu_s + \mu_s^2)\sigma'_{s3}] / E_s - \mu_s \epsilon_{s1} \quad (21)$$

$$\epsilon_{s3} = [(1 - \mu_s^2)\sigma'_{s3} - (\mu_s + \mu_s^2)\sigma'_{s2}] / E_s - \mu_s \epsilon_{s1} \quad (22)$$

将式(14)代入式(21)~(22), 得

$$\epsilon_{s2} = \frac{(1 - \mu_s^2)\sigma_2 - (\mu_s + \mu_s^2)\sigma_3}{(1 - n)(1 - D)E_s} - \mu_s \epsilon_{s1} \quad (23)$$

$$\epsilon_{s3} = \frac{(1 - \mu_s^2)\sigma_3 - (\mu_s + \mu_s^2)\sigma_2}{(1 - n)(1 - D)E_s} - \mu_s \epsilon_{s1} \quad (24)$$

由颗粒骨架体应变  $\epsilon_{sv}$  与主应变  $\epsilon_{si}$  之间的关系, 即

$$\epsilon_{sv} = \epsilon_{s1} + \epsilon_{s2} + \epsilon_{s3} \quad (25)$$

将式(23)~(24)代入式(25), 再将式(25)代入式(12)得

$$(1 - n)(1 - D)E_s \epsilon_{s1} + (1 + \mu_s)(\sigma_2 + \sigma_3) = \frac{E_s(1 - D)(n_0 - n)^2}{(1 - n)(1 - 2\mu_s)} \quad (26)$$

由式(8)得

$$\epsilon_{s1} = \epsilon_1 - \frac{n_0 - n}{1 - n} \quad (27)$$

于是, 将式(27)代入式(26)可得岩石空隙率与宏观应力应变之间的关系, 即

$$n = \frac{(1-D)(M_4 - M_5 \epsilon_1) - M_1(\sigma_2 + \sigma_3) + M_6}{(1-D)[2E_s + M_5(1 - \epsilon_1)]} \quad (28)$$

式中:

$$M_1 = (1 + \mu_s)(1 - 2\mu_s) \quad (29)$$

$$M_2 = 2E_s(1 + \mu_s)(1 - 2\mu_s)[2\mu_s(3 + n_0) - 3n_0 - 5] \quad (30)$$

$$M_3 = 4(1 - 2\mu_s)[(1 - n_0)E_s]^2 \quad (31)$$

$$M_4 = [2n_0 + (1 + n_0)(1 - 2\mu_s)]E_s \quad (32)$$

$$M_5 = 2E_s(1 - 2\mu_s) \quad (33)$$

$$M_6 = \sqrt{M_1^2(\sigma_2 + \sigma_3)^2 + (1 + D)[M_2(\sigma_2 + \sigma_3) + M_3\epsilon_1]} \quad (34)$$

由式(16)得

$$\sigma_1 = (1 - n)(1 - D)E_s\epsilon_{s1} + \mu_s(\sigma_2 + \sigma_3) \quad (35)$$

于是,将式(35)代入式(26)得

$$\sigma_1 = \frac{E_s(1 - D)(n_0 - n)^2}{(1 - 2\mu_s)(1 - n)} - (\sigma_2 + \sigma_3) \quad (36)$$

再将式(28)代入式(36)得

$$\sigma_1 = \frac{[M_5(1 - n_0)(1 - D)(\epsilon_1 - 0.5) + M_1(\sigma_2 + \sigma_3) - M_6]^2 - (\sigma_2 + \sigma_3)}{[M_7 - M_8\epsilon_1][M_9(1 - D) + M_1(\sigma_2 + \sigma_3) - M_6]} \quad (37)$$

式中:

$$M_7 = 4(1 - 2\mu_s)(1 - \mu_s) \quad (38)$$

$$M_8 = 2(1 - 2\mu_s)^2 \quad (39)$$

$$M_9 = E_s[n_0 + 3 - 2\mu_s(1 - n_0)] \quad (40)$$

式(37)即为三轴试验条件下的岩石损伤本构模型。

### 2.2 损伤变量 $D$ 的确定方法

目前,建立损伤变量  $D$  的确定方法的关键在于岩石微元强度的合理度量.为此,引入文献[12-14]的研究思路可得岩石微元强度  $F$  的度量方法,即

$$F = \sigma'_{s1} - \alpha\sigma'_{s3} - k_0 \quad (41)$$

式中: $\alpha$  和  $k_0$  分别为与颗粒骨架发生屈服时的粘聚力  $c_y$  和内摩擦角  $\varphi_y$  有关的常数,可表示为<sup>[13]</sup>

$$\alpha = (1 + \sin\varphi_y)/(1 - \sin\varphi_y) \quad (42)$$

$$k_0 = 2c_y \cos\varphi_y/(1 - \sin\varphi_y) \quad (43)$$

将式(14)代入式(41)得

$$F = \frac{\sigma_1 - \alpha\sigma_3}{(1 - n)(1 - D)} - k_0 \quad (44)$$

由式(17)得

$$1 - D = \frac{\sigma_1\mu_s(\sigma_2 + \sigma_3)}{E_s[(1 - n)\epsilon_1 - n_0 + n]} \quad (45)$$

于是,将式(45)代入式(44)得

$$F = \frac{(\sigma_1 - \alpha\sigma_3)[(1 - n)\epsilon_1 - n_0 + n]E_s}{(1 - n)[\sigma_1 - \mu_s(\sigma_2 + \sigma_3)]} - k_0 \quad (46)$$

将式(14)及式(27)代入式(18)得

$$E_s = \frac{\sigma_1 - \mu_s(\sigma_2 + \sigma_3)}{[(1 - n)\epsilon_1 - n_0 + n](1 - D)} \quad (47)$$

将式(14)代入式(18)~(20),并将式(18)~(20)代入式(25),再将式(25)代入式(12)得

$$E_s = \frac{(1 - 2\mu_s)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)(1 - n)}{(1 - D)(n_0 - n)^2} \quad (48)$$

依据连续固体力学理论假设未损伤材料的变形力学参数为常数,则由式(47)~(48)可得

$$n = \frac{2n_0[\sigma_1 - \mu_s(\sigma_2 + \sigma_3)] + N_1(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)(1 + n_0 - 2\epsilon_1) + N_2N_3}{2[\sigma_1 - \mu_s(\sigma_2 + \sigma_3) + N_1(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)(1 - \epsilon_1)]} \quad (49)$$

式中:

$$N_1 = 1 - 2\mu_s \quad (50)$$

$$N_2 = 1 - n_0 \quad (51)$$

$$N_3 = \sqrt{N_1(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)[(N_1 + 4\epsilon_1)\sigma_1 + (N_1 - 4\mu_s\epsilon_1)(\sigma_2 + \sigma_3)]} \quad (52)$$

于是,将式(49)代入式(46)得

$$F = \frac{E_s(\sigma_1 - \alpha\sigma_3)[(N_3\epsilon_1 - N_1)\sigma_1 - (\epsilon_1 + N_1)(\sigma_2 + \sigma_3) + N_3(1 - \epsilon_1)] - k_0}{[\sigma_1 - \mu_s(\sigma_2 + \sigma_3)][(2 + N_1)\sigma_1 + (N_1 - 2\mu_s)(\sigma_2 + \sigma_3) - N_3]} \quad (53)$$

式中:

$$N_4 = (1 + n_0)(1 - 2\mu_s)/(1 - n_0) \quad (54)$$

$$N_5 = 1 + 2\mu_s \quad (55)$$

式(53)即为岩石微元强度  $F$  的度量方法.设岩石微元强度服从 Weibull 分布,则可得损伤变量  $D$  的确定方法,即

$$D = \begin{cases} 1 - \exp[-(F/F_0)^m] & F \geq 0 \\ 0 & F < 0 \end{cases} \quad (56)$$

式中: $m$  和  $F_0$  为岩石微元强度分布参数.将式(56)代入式(37)即得三轴试验条件下模拟岩石变形全过程的统计损伤本构模型,但须解决参数  $m$  和  $F_0$  的确定方法问题。

### 2.3 参数 $m$ 和 $F_0$ 的确定方法

本文考虑应变软化类岩石的变形全过程模拟问题.设某特定围压下岩石应力应变试验曲线峰值处的应力与应变分别为  $\sigma_{sc}$  和  $\epsilon_{sc}$ ,根据曲线的极值特性,由式(37)可得

$$\left. \frac{d\sigma_1}{d\epsilon_1} \right|_{\substack{\sigma_1 = \sigma_{sc} \\ \epsilon_1 = \epsilon_{sc}}} = 0 \quad (57)$$

由于  $\sigma_{sc}$  和  $\epsilon_{sc}$  也须满足式(37),故将其与式(57)联立得参数  $m$  和  $F_0$ ,即

$$m = \frac{P_3 F_{sc}}{N_6 [P_1 + A_{sc} P_2 [B_1 + A_{sc} - T_1] \ln(1 - D_{sc})]} \quad (58)$$

$$F_0 = F_{sc}[-\ln(1 - D_{sc})]^{-\frac{1}{m}} \quad (59)$$

式中:

$$P_1 = T_1[A_{sc} + B_2(1 + 2\epsilon_{sc}) - T_1][A_{sc} + B_1 - T_1] \quad (60)$$

$$P_2 = 2(1 - n_0)B_2[2B_1 - B_2(1 + 2\epsilon_{sc}) + A_{sc} - T_1] \quad (61)$$

$$P_3 = P_2 - \frac{4B_2P_1}{A_{sc} + B_2(1 + 2\epsilon_{sc}) - T_1} - \frac{(1 - 2\mu_s)P_1}{1 + (1 - \epsilon_{sc})(1 - 2\mu_s)} \quad (62)$$

$$T_1 = \sqrt{A_{sc}^2 + 2B_1A_{sc} + B_3} \quad (63)$$

$$A_{sc} = \frac{(1 + \mu_s)(1 - 2\mu_s)(\sigma_2 + \sigma_3)}{E_s(1 - D_{sc})} \quad (64)$$

$$B_1 = (3 - 2\mu_s)(1 - n_0) \quad (65)$$

$$B_2 = (1 - 2\mu_s)(1 - n_0) \quad (66)$$

$$B_3 = (4\epsilon_{sc} - 2\mu_s + 1)(1 - n_0)B_2 \quad (67)$$

$$N_6 = \frac{E_s(\sigma_{sc} - \alpha\sigma_3)(N_7N_8 - 2Q_1Q_2N_9)}{Q_1Q_3N_7^2} \quad (68)$$

$$N_7 = 2Q_1 + Q_2 - Q_3 \quad (69)$$

$$N_8 = (2Q_1 - Q_2 - Q_3)Q_3 + 2(1 - \epsilon_{sc})Q_1Q_2 \quad (70)$$

$$N_9 = \epsilon_{sc}(2Q_1 - Q_2 - Q_3) + Q_3 - Q_2N_4/N_1 \quad (71)$$

$$Q_1 = \sigma_{sc} - \mu_s(\sigma_2 + \sigma_3) \quad (72)$$

$$Q_2 = (1 - 2\mu_s)(\sigma_{sc} + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (73)$$

$$Q_3 = \sqrt{Q_2(Q_1 + 4Q_1\epsilon_{sc})} \quad (74)$$

式中: $F_{sc}$ 与 $D_{sc}$ 分别为岩石处于峰值强度时所对应的岩石微元强度与损伤变量,分别由式(53)与(37)确定。

上述即为某特定围压下的岩石统计损伤本构模型参数 $m$ 和 $F_0$ 的确定方法,但该方法包含 $\sigma_{sc}$ 和 $\epsilon_{sc}$ ,它们随围压变化而变化,这使得由此获得的岩石本构模型的应用范围受到了限制,为了使其能适用于任意围压下的岩石变形全过程模拟,就必须建立 $\sigma_{sc}$ 和 $\epsilon_{sc}$ 分别与围压 $\sigma_3$ 的关系,为此,由文献[17-18]研究成果可得

$$\sigma_{sc} = \frac{2c_f \cos\varphi_f}{1 - \sin\varphi_f} + \frac{1 + \sin\varphi_f}{1 - \sin\varphi_f} \sigma_3 \quad (75)$$

$$\epsilon_{sc} = b + a\sigma_3 \quad (76)$$

式中: $a$ 与 $b$ 均为常数, $c_f$ 与 $\varphi_f$ 为岩石峰值抗剪强度参数.将式(75)~(76)代入式(58)~(59)即可获得任意围压下岩石本构模型参数的确定方法,从而拓宽了本文建立的岩石统计损伤本构模型的应用范围。

至此,已得到了能够模拟不同围压下岩石变形全过程的统计损伤本构模型,但其可行性与合理性仍须验证。

### 3 实例分析与模型讨论

#### 3.1 实例分析

为了验证本文岩石统计损伤本构模型的可行性与合理性,引入文献[19]的试验资料进行分析与研究.该岩石为砂岩,Yumlu等<sup>[19]</sup>通过常规三轴试验获得了其分别在围压 $\sigma_3=0.0$  MPa,3.0 MPa和8.0 MPa下的试验曲线,如图1所示,弹性模量和泊松比分别为28.0 GPa和0.25,但Yumlu等并未给出本文模型其它参数,故本文只能依据这些试验资料采用适当的分析方法获得其它参数。

##### 1) $E_s$ 和 $\mu_s$ 的确定

通过分析文献[19]给出的弹性模量及泊松比可知,弹性模量实际为应力应变曲线中的直线段斜率,由于初始空隙完全压密后岩石进入线性变形阶段,可将此阶段的岩石近似为颗粒骨架,于是可得 $E_s$ 和 $\mu_s$ 分别为28.0 GPa和0.25。

##### 2)强度指标的确定

本文强度指标包括屈服强度指标( $c_y$ 及 $\varphi_y$ )和峰值强度指标( $c_f$ 及 $\varphi_f$ ).由于岩石经历线性变形阶段后已不包含初始空隙,故由应力应变试验曲线可得不同围压 $\sigma_3$ 下的屈服应力与峰值应力,利用莫尔库仑准则进行线性拟合即可得岩石强度指标.按此方法进行分析可得 $c_y=8.30$  MPa, $\varphi_y=48^\circ$ , $c_f=12.99$  MPa, $\varphi_f=55^\circ$ 。

##### 3)初始空隙率 $n_0$ 的确定方法

在试验曲线中的初始空隙压密变形阶段上任取一点,其必将满足式(37),此时岩石并未发生损伤即 $D=0$ ,则由式(37)计算可得 $n_0$ .当然,在不同围压下试验曲线初始空隙压密变形阶段上取不同的试验点按此方法计算的初始空隙是有差别的,但差别很小.于是,通过反复分析与计算可确定岩石初始空隙率 $n_0$ 为0.098 7。

##### 4)参数 $a$ 与 $b$ 的确定

从不同围压下的试验曲线可获得峰值时的应变 $\epsilon_{sc}$ ,将其与围压 $\sigma_3$ 按式(76)进行线性拟合可确定 $a$ 与 $b$ .通过分析可得 $a=5.8 \times 10^{-4}$  MPa<sup>-1</sup>, $b=5.12 \times 10^{-3}$ ,线性相关系数为0.99,这也验证了式(76)的合理性。

至此,已获得本文统计损伤本构模型的计算参

数,于是,利用本文模型可获得不同围压下的岩石应力应变理论曲线,同时为了对比分析,给出了文献[13]模型的理论曲线,如图 1 所示.将本文与文献[13]模型的理论曲线与试验曲线进行对比分析可知,文献[13]模型不仅能反映岩石应变软化特性,

也能反映低应力水平下岩石非线性变形特征,但与实测曲线仍存在着较大差异;本文模型考虑了岩石宏观变形包含颗粒骨架的变形以及因空隙变化而引起的变形,反映了岩石应变变化特性以及岩石的非线性变形特性,与实测曲线吻合良好.

### 3.2 模型讨论

由于大量微裂隙和微孔隙使岩石呈现非线性变形特征,故空隙变化对岩石变形力学性质有着重要的影响.显然,文献[2-11]中的模型没有考虑岩石在变形过程中因空隙变化而引起的体积变化,从而也无法反映岩石初始空隙压密阶段的非线性变形特征,文献[12-14]中的模型虽然考虑了空隙变化对变形力学特性的影响,但其微观机理认为岩石宏观变形即为岩块变形,忽略了岩石因空隙变化而引起的变形,从而也只能在一定程度上反映了岩石的非线性变形特征,如图 1.

基于文献[2-14]中的模型不足之处,本文将岩石视为空隙介质体,在充分考虑空隙变化对岩石变形力学特性影响的基础上建立了统计损伤本构模型,该模型能够反映岩石因空隙变化而引起的非线性变形特征,较文献[2-14]中的模型更具合理性,且由图 1 还可看出,随着围压逐渐增大,空隙岩石初始空隙压密阶段的非线性变形程度逐渐减弱,究其原因,随着空隙岩石的逐渐压密,空隙率对岩石变形力学性质的影响程度开始降低,当初始空隙压密完成后,空隙岩石的变形特性将与颗粒骨架趋于一致,这正是文献[2-11]中的模型模拟岩石变形全过程的初始点,也是文献[2-11]模型无法反映初始空隙压密非线性变形阶段的原因.

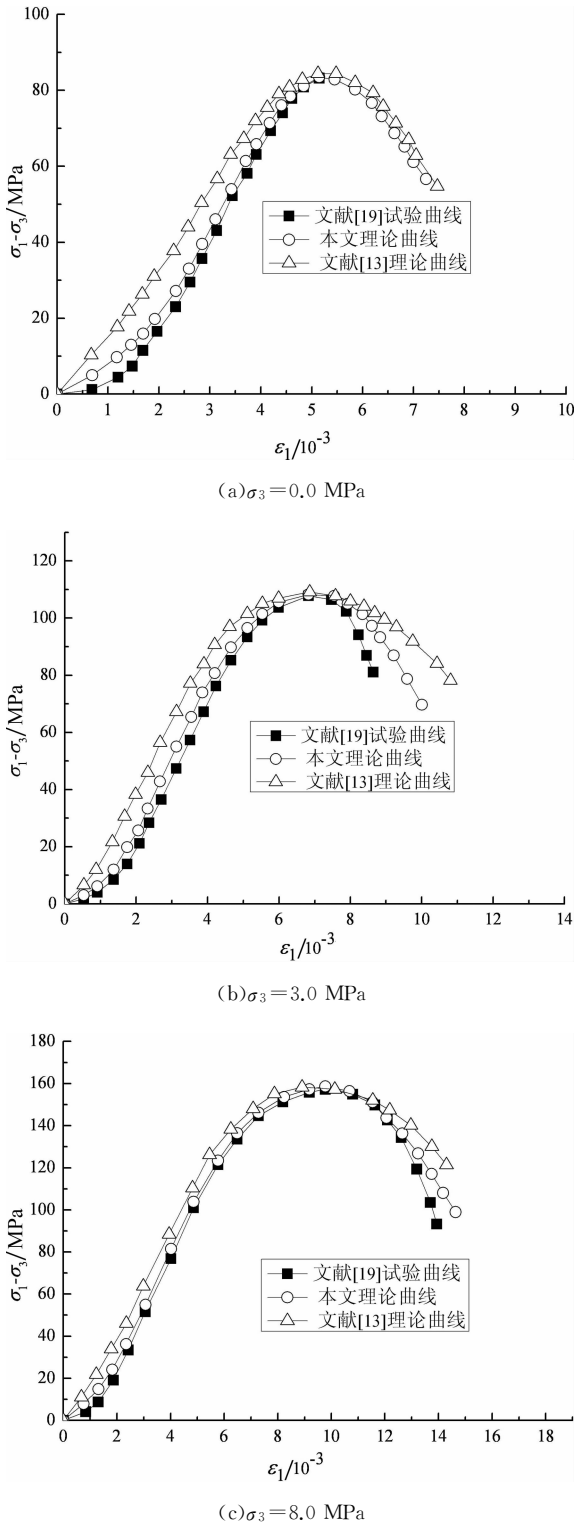


图 1 试验与理论曲线比较

Fig.1 Comparison between test and theoretical curves

## 4 结 论

本文根据岩石在变形过程中空隙(包括初始和次生空隙)会发生变化的特点,在深入研究空隙岩石的变形力学机理基础上,采用宏观与微观分析相结合的方法,通过探讨空隙岩石应力与应变分别在宏观与微观方面的关系,引入统计损伤理论,对岩石变形过程模拟方法进行了研究,由此得到如下结论:

1) 基于空隙岩石的宏微观分析,建立了应力与应变分别在宏观与微观方面的关系,表明岩石宏观变形由颗粒骨架变形和因空隙变化而引起的变形两部分组成,揭示了岩石变形力学机理,为岩石变形过程模拟奠定了基础,也为其它岩石变形力学研

究提供了有益的参考。

2) 基于岩石应力与应变分别在宏观与微观方面的关系,引入统计损伤理论,建立了能够反映岩石变形过程的统计损伤本构模型,并给出了模型参数的确定方法。

3) 通过本文和相关模型的理论曲线与试验曲线的对比分析,说明本文模型不仅能很好地反映岩石在低应力水平下因空隙变化而引起的非线性变形特征,还能反映岩石的应变软化特性,表明了本文模型的可行性与优越性。

## 参考文献

- [1] 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993: 10—39.  
TANG Chun'an. Catastrophe in rock unstable failure[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1993: 10—39. (In Chinese)
- [2] 曹文贵, 方祖烈, 唐学军. 岩石损伤软化统计本构模型之研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(6): 629—633.  
CAO Wengui, FANG Zulie, TANG Xuejun. A study of statistical constitutive model for softening and damage rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1998, 17(6): 629—633. (In Chinese)
- [3] 曹文贵, 袁靖周, 王江营, 等. 考虑加速蠕变的岩石蠕变过程损伤模拟方法[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2013, 40(2): 15—20.  
CAO Wengui, YUAN Jingzhou, WANG Jiangying, *et al.* A damage simulation technique of the full rock creep process considering accelerated creep[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2013, 40(2): 15—20. (In Chinese)
- [4] KRAJČINOVIC D, SILVA M A D. Statistical aspects of the continuous damage theory[J]. International Journal of Solids and Structures, 1982, 18(7): 551—562.
- [5] LI X, CAO W G, SU Y H. A statistical damage constitutive model for softening behavior of rocks[J]. Engineering Geology, 2012, 143/144: 1—17.
- [6] 徐卫亚, 韦立德. 岩石损伤统计本构模型的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(6): 787—791.  
XU Weiya, WEI Lide. Study on statistical damage constitutive model of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(6): 787—791. (In Chinese)
- [7] WANG Zhiliang, LI Yongchi, WANG J G. A damage-softening statistical constitutive model considering rock residual strength[J]. Computers & Geosciences, 2007, 33(1): 1—9.
- [8] 卫军, 李松林, 董荣珍, 等. 考虑残余变形影响的混凝土疲劳损伤本构模型[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2016, 43(7): 57—61.  
WEI Jun, LI Songlin, DONG Rongzhen, *et al.* Fatigue damage constitutive model of concrete considering the effect of residual deformation[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2016, 43(7): 57—61. (In Chinese)
- [9] JIAN Deng, DESHENG G U. On a statistical damage constitutive model for rock materials[J]. Computers & Geosciences, 2011, 37(2): 122—128.
- [10] 杨明辉, 赵明华, 曹文贵. 岩石损伤软化统计本构模型参数的确定方法[J]. 水利学报, 2005, 36(3): 345—349.  
YANG Minghui, ZHAO Minghua, CAO Wengui. Method for determining the parameters of statistical damage softening constitutive model for rock[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005, 36(3): 345—349. (In Chinese)
- [11] 曹文贵, 莫瑞, 李翔. 基于正态分布的岩石软化损伤统计本构模型及其参数确定方法探讨[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(5): 671—675.  
CAO Wengui, MO Rui, LI Xiang. Study on statistical constitutive model and determination of parameters of rock based on normal distribution[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(5): 671—675. (In Chinese)
- [12] 曹文贵, 李翔, 刘峰. 裂隙化岩体应变软化损伤本构模型探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(12): 2487—2494.  
CAO Wengui, LI Xiang, LIU Feng. Discussion on strain softening damage constitutive model for fissured rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(12): 2487—2494. (In Chinese)
- [13] CAO Wengui, ZHAO Heng, LI Xiang, *et al.* Statistical damage model with strain softening and hardening for rocks under the influence of voids and volume changes[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2010, 47(8): 857—871.
- [14] 曹文贵, 赵衡, 张永杰. 考虑体积变化影响的岩石应变软化损伤本构模型及参数确定方法[J]. 岩土力学, 2011, 32(3): 647—654.  
CAO Wengui, ZHAO Heng, ZHANG Yongjie. Strain softening and hardening damage constitutive model for rock considering effect of volume change and its parameters determination method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(3): 647—654. (In Chinese)
- [15] 邵龙潭, 孙益振. 考虑孔隙变形的孔隙介质本构关系初探[J]. 岩土力学, 2006, 27(4): 561—565.  
SHAO Longtan, SUN Yizhen. Primary study of stress-strain constitutive relation for porous media[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(4): 561—565. (In Chinese)
- [16] LEMAITRE J. How to use damage mechanics[J]. Nuclear Engineering and Design, 1984, 80(2): 233—245.
- [17] 曹文贵, 李翔. 岩石损伤软化统计本构模型及参数确定方法的新探讨[J]. 岩土力学, 2008, 29(11): 2952—2956.  
CAO Wengui, LI Xiang. A new discussion on damage softening statistical constitutive model for rocks and method for determining its parameters[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(11): 2952—2956. (In Chinese)
- [18] ZHOU G L, THAM L G, LEE P, *et al.* A phenomenological constitutive model for rocks with shear failure mode[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2001, 25(4): 391—414.
- [19] YUMLU M, OZBAY M U. A study of the behaviour of brittle rocks under plane strain and triaxial loading conditions[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1995, 32(7): 725—733.