

## 阻尼器支架刚度对悬索桥吊索 减振效果影响的数值研究\*

李寿英<sup>†</sup>,王世峰,陈政清

(湖南大学 风工程与桥梁工程湖南省重点实验室,湖南 长沙 410082)

**摘要:**采用数值方法,研究了阻尼器支架刚度对悬索桥吊索减振效果的影响.首先,将阻尼器支架简化为弹簧振子模型,建立了吊索-阻尼器-支架系统的自由振动偏微分方程组.其次,对不连续的狄拉克函数进行近似处理,采用有限差分方法对方程进行数值离散求解,研究了阻尼器支架刚度对无量纲阻尼比曲线、可实现的最优阻尼比及其对应的最优阻尼系数等的影响,研究了阻尼器支架模态质量的影响,并与相关文献结果进行比较.研究结果表明,随着阻尼器支架刚度的减小,能实现的最优阻尼比减小,对应的最优阻尼系数也减小,会影响阻尼器效率;另外,各阶模态的无量纲阻尼比曲线不一致,不能采用统一的无量纲阻尼比曲线来设计阻尼器参数;阻尼器支架的模态质量对阻尼器效率影响很小.

**关键词:**悬索桥吊索;阻尼器;支架刚度;阻尼

**中图分类号:**TU973.3

**文献标志码:**A

## Numerical Investigation on Influence of Damper Support Stiffness on Damping Effect of Suspension Bridge Hangers

LI Shouying<sup>†</sup>, WANG Shifeng, CHEN Zhengqing

(Hunan Provincial Key Laboratory of Wind Engineering and Bridge Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** The influence of the damper support stiffness on the damping effect of suspension bridge hangers was studied by means of numerical method. Firstly, governing equations of the support-damper-hanger system were established by simplifying the damper support as a spring-oscillator model. Secondly, the discontinuous Dirac Function in the governing equations was approximately handled to adapt the Finite Difference Method (FDM) utilized in this paper, and the governing equations of the support-damper-hanger system were numerically solved by FDM. The effect of the damper stiffness on the dimensionless curve of damping ratio, realizable maximum damping ratio and its corresponding damping coefficient, as well as mass of damper support was carefully studied. The results obtained in this paper agree well to the literature results. The results also show that the realizable maximum damping ratio and its corresponding optimal damping coefficient decrease with the decrease of the damper support stiffness, which affects the efficiency of the damper. As the dimensionless curves related to the damping ratio exhibit obvious differences

\* 收稿日期:2015-10-13

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51578234), National Natural Science Foundation of China(51578234);国家重点基础研究发展计划(973计划)项目(2015CB057700), National Program on Key Basic Research Project (973 Program) (2015CB057700)

作者简介:李寿英(1977-),男,江西萍乡人,湖南大学教授,博士,博士生导师

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: shyli@hnu.edu.cn

at each mode, it is impossible to use a Universal Curve related to modal damping ratio to design the damper parameters. In addition, the mass of the damper support has little influence on the damping ratio.

**Key words:** hangers of suspension bridges; dampers; stiffness of supports; damping

大跨缆索承重桥梁中的索结构,属于细长结构,阻尼小、质量轻、频率低,极易在风荷载或是桥面激励的作用下发生大幅振动,如风雨激振<sup>[1-2]</sup>、涡激共振<sup>[3]</sup>、尾流弛振<sup>[4]</sup>和参数共振等,严重影响索结构甚至桥梁整体结构的安全.多座悬索桥的吊索,如日本明石海峡大桥、丹麦大海带东桥和中国西堍门大桥<sup>[5]</sup>等,都出现了严重的风致振动.研究人员采用各种控制措施对索结构振动进行控制,主要包括空气动力学措施<sup>[6-7]</sup>和机械控制措施<sup>[8]</sup>,在索结构端部安装阻尼器就是最为常用的一种<sup>[8]</sup>.

很多学者对索结构端部安装阻尼器的控制效果进行过研究. Kovacs<sup>[9]</sup>在张紧弦-阻尼器系统的基础上,对系统的最优模态阻尼比及其相应的最优阻尼器阻尼系数做了近似研究; Pacheco 和 Fujino<sup>[10]</sup>运用 Galerkin 方法对水平紧张弦-阻尼器系统进行离散,分别以无量纲的模态阻尼比和无量纲的阻尼器阻尼系数作为横、纵坐标,得到了一条“统一近似曲线”,明确地给出了系统阻尼比与阻尼器阻尼系数的关系,这一关系在之后的索结构阻尼器设置中得到了广泛的应用; Krenk<sup>[11]</sup>也以张紧弦模型为基础,推导出“统一近似曲线”的解析式.以上述研究为理论基础,阻尼器在实际的拉索振动控制中得到了广泛的应用,王修勇和陈政清等<sup>[12]</sup>通过数值仿真和现场试验评估了磁流变阻尼器对斜拉桥风雨激振的减振性能;李寿英和顾明等<sup>[13]</sup>研究了阻尼器对斜拉桥风雨激振的减振效果.实际上,在桥梁上安装阻尼器时,阻尼器效率受到多种因素的制约,如阻尼器支架刚度、阻尼器刚度及其非线性特性等,周亚刚和孙利民<sup>[14]</sup>以斜拉索-三单元 Maxwell 阻尼器系统为基础,研究阻尼器支架刚度、阻尼器刚度等对控制效率的影响.

斜拉桥拉索斜向布置,较低的阻尼器安装位置即可获得较大的模态阻尼比.与此不同的是,悬索桥吊索竖向布置,为实现较大的模态阻尼比,阻尼器支架应设置较高,其刚度可能会对阻尼器的控制效率产生较大的影响.基于此,本文以弹簧和质量振子分别模拟阻尼器支架刚度和模态质量,建立了吊索-阻尼器-支架系统的运动微分方程,采用有限差分方法,对该系统进行了自由振动分析,研究了阻尼器支

架刚度对悬索桥吊索振动控制效率的影响,并与已有文献成果进行了比较研究.

## 1 吊索-阻尼器-支架系统的运动方程

吊索-阻尼器-支架系统如图 1 所示.该模型将拉索简化为张紧弦,将支架简化成弹簧振子体系.其中拉索张力为  $T$ ,长度为  $L$ ,单位长度质量为  $M$ ,单位长度上内阻尼系数为  $c_i$ ;阻尼器位于离拉索端部  $x_c$ 处,阻尼器阻尼系数为  $c$ ;支架模态质量为  $m_z$ ,刚度为  $k_z$ .为减少篇幅,图 1 将竖向吊索采用水平形式来表述.张紧弦的竖向位移为  $v$  和弹簧振子的竖向位移为  $v_z$  (仅考虑竖向位移),则该模型运动的偏微分方程组为:

$$T \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = M \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + F_d \delta(x - x_c) + c_i \frac{\partial v}{\partial t} \quad (1)$$

$$0 = m_z \frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} - F_d + k_z v_z \quad (2)$$

$$F_d = c \left[ \frac{\partial v(x_c, t)}{\partial t} - \frac{\partial v_z}{\partial t} \right] \quad (3)$$

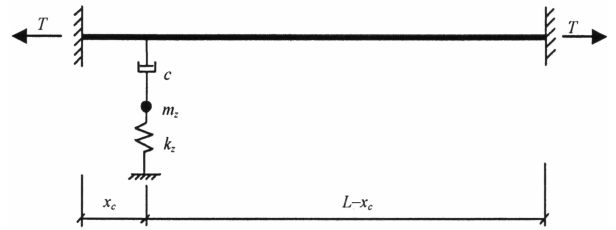


图 1 拉索-阻尼器-支架系统

Fig. 1 The cable-damper-support system

式(1)为张紧弦的振动方程,  $\delta(x - x_c)$  表示狄拉克  $\delta$  函数,  $F_d$  表示集中阻尼力;式(2)为弹簧振子的振动方程;式(3)为集中阻尼力  $F_d$  的表达式.

狄拉克函数的性质:

$$\lim_{x \rightarrow x_c} \delta(x - x_c) = \infty \quad (4)$$

$$\int_{x_c^-}^{x_c^+} \delta(x - x_c) dx = 1 \quad (5)$$

方程(1),(2)和(3)的解可采用分离变量法可得如下形式:

$$v(x, t) = V(x) e^{i\omega t} \quad (6)$$



长度为 166.875 m, 设计索力为 922.3 kN, 线密度为 15.191 kg/m, 一阶模态频率为 0.573 3 Hz.

### 3.1 无量纲阻尼比曲线

图 3 给出了支架刚度系数在  $k_z = 5 \times 10^5$  N/m,  $k_z = 1 \times 10^6$  N/m,  $k_z = 5 \times 10^6$  N/m,  $k_z = 1 \times 10^7$  N/m 和  $k_z = \infty$  前三阶模态阻尼比与阻尼器阻尼系数的关系曲线. 横、纵坐标分别采用无量纲量  $[c/(ML\omega_{01})] \cdot i \cdot x_c/L$  和  $\xi_i/(x_c/L)$ , 其中  $\omega_{01}$  是无阻尼吊索一阶固有频率. 从图 3 中可以看出, 当支架刚度足够大时(如  $k_z \geq 5 \times 10^6$  N/m), 各阶模态的无量纲阻尼比曲线基本重合, 且最优无量纲阻尼比约为 0.50 左右, 与已有的文献比较一致. 当刚度较小时(如  $k_z = 5 \times 10^5$  N/m,  $1 \times 10^6$  N/m), 最优无量纲阻

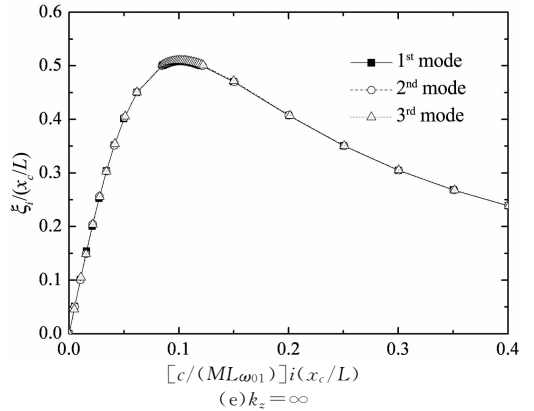
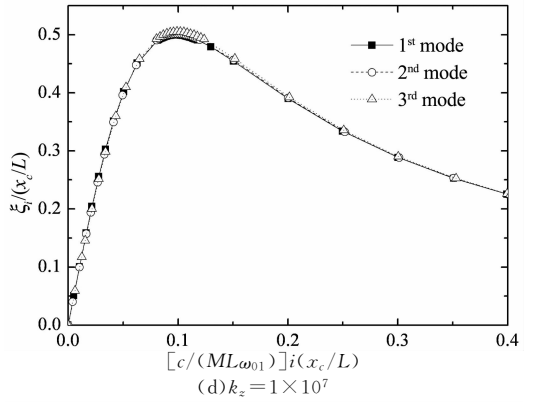
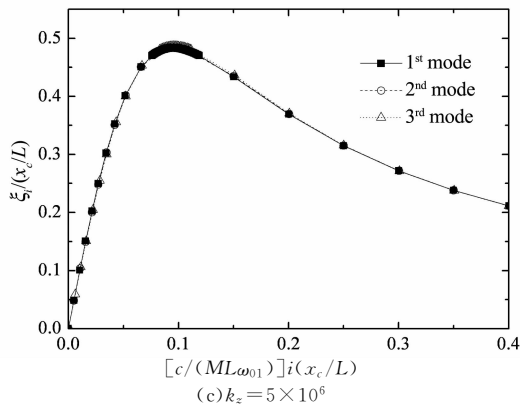
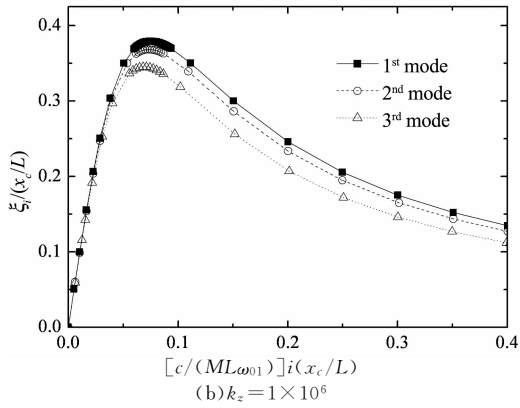
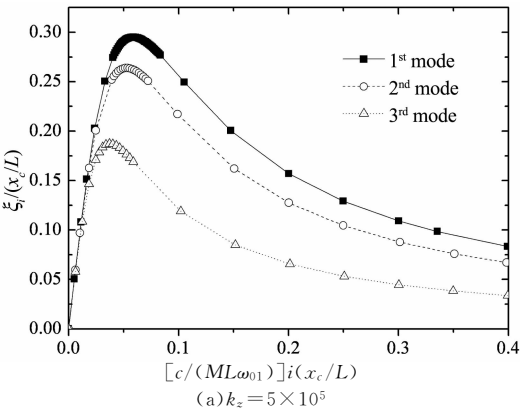


图 3 不同刚度下前三阶模态的无量纲阻尼比曲线  
Fig. 3 Dimensionless curve relating damping ratio of the first three modes with different stiffness

尼比小于 0.50, 且各阶模态的无量纲阻尼比曲线不重合, 如  $k_z = 5 \times 10^5$  N/m 时第 1, 2, 3 阶模态的最优无量纲阻尼比分别为 0.30, 0.24, 0.18;  $k_z = 1 \times 10^6$  N/m 时第 1, 2, 3 阶最优无量纲阻尼比分别为 0.34, 0.37, 0.38. 另外, 从图 4(a) 和 (b) 还可以看出, 当刚度比较小时, 低阶模态的最优阻尼比要大于高阶模态的最优阻尼比, 并且刚度越小差异越大.

图 4 给出了不同刚度下的一阶模态无量纲阻尼比曲线. 从图 4 中可以看出, 当支架刚度系数分别为  $k_z = 5 \times 10^5$  N/m,  $1 \times 10^6$  N/m,  $5 \times 10^6$  N/m,  $1 \times 10^7$  N/m 以及  $\infty$  时, 一阶模态最优无量纲阻尼比分别为 0.30, 0.38, 0.48, 0.51 和 0.52, 对应的最优无量纲阻尼系数分别为 0.055, 0.075, 0.085, 0.095, 0.100. 也就是说, 随支架刚度的增大, 最优模态阻尼比逐渐增大, 最优阻尼器阻尼系数也逐渐增大, 这与周亚刚和孙利民<sup>[14]</sup>的结论相同.

周亚刚和孙利民<sup>[14]</sup>采用无量纲阻尼系数  $\eta = c/\sqrt{TM}$  和支架无量纲柔度系数  $f = T/k_z x_c$  来绘制无量纲阻尼比曲线, 其横坐标为  $\eta i x_c/L$  (图 3 横坐标  $c/(ML\omega_{01}) \cdot i \cdot x_c/L$  的  $1/\pi$  倍), 纵坐标为  $\xi_i/(x_c/L)$  (与图 3 纵坐标同). 图 5 给出了支架无

量纲柔度系数分别为  $f=0, f=0.05, f=0.1, f=1$  时的无量纲阻尼比曲线(对应刚度值分别为:  $k_z = \infty, k_z=3.54 \times 10^6 \text{ N/m}, k_z=1.77 \times 10^6 \text{ N/m}, k_z=1.77 \times 10^5 \text{ N/m}$ ), 包括本文结果和文献[14]结果. 从图 5(a)中可以看出, 可实现的最大无量纲阻尼比分别为 0.52, 0.48, 0.43 和 0.175, 对应的文献[14]的结果分别为 0.50, 0.485, 0.45 和 0.25. 当支架柔度很小(刚度很大)时, 本文结果与文献[14]的结果较为接近; 当支架柔度较大时, 两者结果相差较大. 这主要是因为文献[14]中的近似解析方法忽略了波数的微小摄动项, 并假设  $x_c/L$  趋于零. 从总体上来说, 本文和文献[14]结果吻合较好.

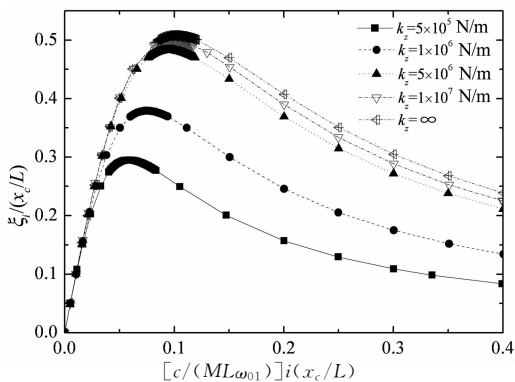


图 4 不同刚度下一阶模态的无量纲阻尼比曲线  
Fig. 4 Dimensionless curves relating damping ratio of the first mode

### 3.2 最优无量纲阻尼比

图 6 给出了前三阶模态下能实现的最优无量纲阻尼比随支架刚度的变化曲线, 其横坐标和纵坐标分别为无量纲量  $k_z x_c/T$  和  $\xi_{\text{MAX}}/(x_c/L)$ . 从图 6 中可以看出, 能实现的最优阻尼比随支架刚度的增大而增大, 同时曲线斜率不断减小, 并且前三阶模态下三条曲线基本重合(小刚度情况下稍有差异). 图 4 中可以看出理想状态下 ( $k_z \rightarrow \infty$ ) 能实现的最大无量纲阻尼比为 0.52. 因此可以推断图 6 中曲线的渐近线为  $\xi_{\text{MAX}}/(x_c/L) = 0.52$ . 可以看出, 当支架刚度增大到一定值以后, 能实现的最大阻尼比增加量很小, 所以一味增加支架刚度势必会增加成本, 这一点在支架设计时应予以考虑.

### 3.3 最优无量纲阻尼系数

图 7 给出了最优无量纲阻尼系数随支架刚度变化曲线, 其横坐标和纵坐标分别为无量纲量  $k_z x_c/T$  和  $i c_{\text{Best}}/(ML\omega_01)$ . 该曲线变化规律与图 6 中曲线基本相同, 其渐近线约为  $c_{\text{Best}}/(ML\omega_01) = 3.2$ .

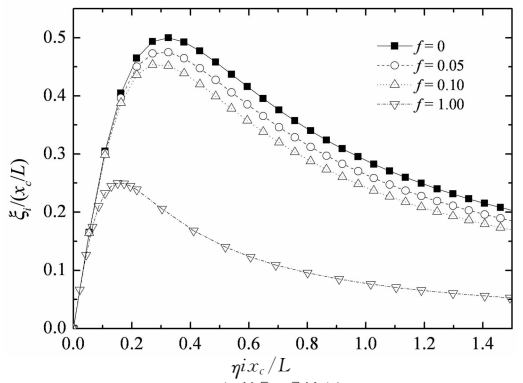
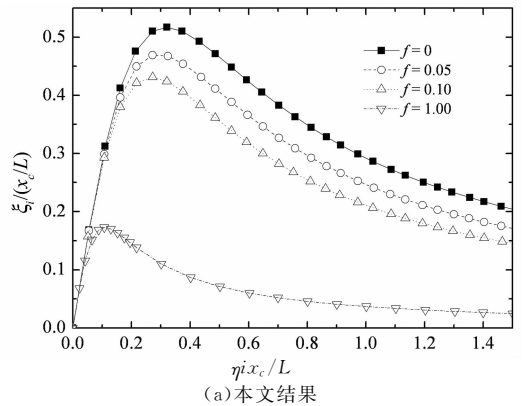


图 5 不同柔度下无量纲阻尼比曲线与文献[14]结果的比较  
Fig. 5 Comparisons of dimensionless curves relating damping ratio with literature[14]

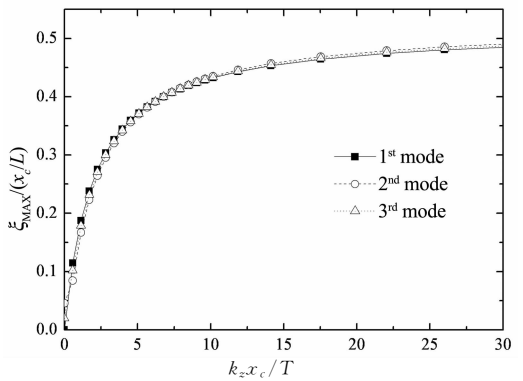


图 6 最优无量纲阻尼比随支架刚度变化曲线(前三阶模态)  
Fig. 6 Dimensionless curve relating optimal damping ratio with support stiffness (the first three modes)

### 3.4 支架模态质量的影响

本文模型考虑了支架的模态质量. 图 8 和图 9 分别给出了不同支架模态质量下最优无量纲阻尼比及其对应的最优无量纲阻尼系数随支架刚度的变化曲线. 从图 8 和图 9 中可以看出, 支架模态质量对可实现的最优阻尼比及其对应的最优阻尼器阻尼系数的影响很小, 在实际设计中, 支架质量可以不予考虑.

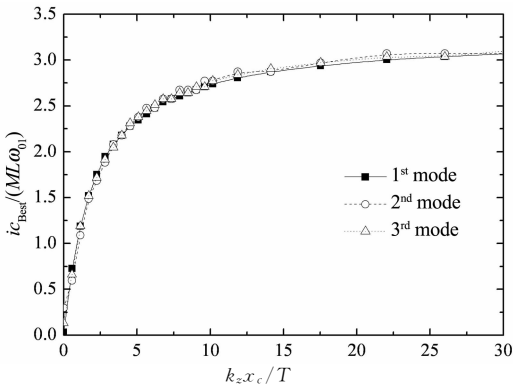


图7 最优无量纲阻尼系数随支架刚度变化曲线(前三阶模态)

Fig. 7 Dimensionless curve relating optimal damping coefficient with support stiffness (the first three modes)

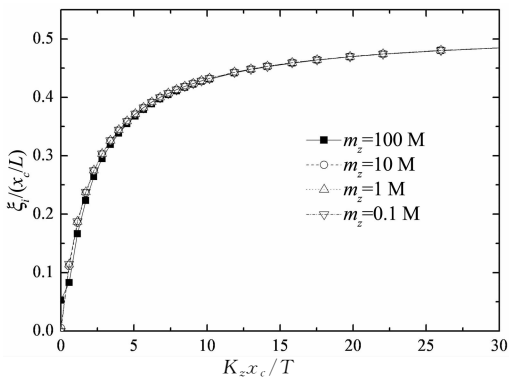


图8 不同支架模态质量下最优无量纲阻尼比  
Fig. 8 Dimensionless curve relating optimal damping ratio with support stiffness of different support modal quality

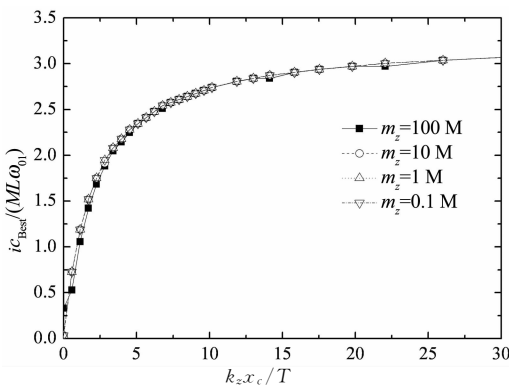


图9 不同支架模态质量下最优无量纲阻尼系数  
Fig. 9 Dimensionless curve relating optimal damping coefficient with support stiffness of different support modal quality

### 3.5 算例

图10给出了国内某桥上阻尼器钢结构支架的示意图,通过两块钢板焊接而成,截面自下而上收缩.以前述某桥吊索为例,阻尼器支架高度1.8m,竖向设置,该支架刚度  $k_z = 2.8 \times 10^6$  N/m,无量纲

刚度为  $k_z x_c T = 13.58$ ,对应的最大无量纲阻尼比为  $\xi_{MAX}(x_c/L) = 0.45$ ,为理想状态下的87%.从图11中可以看出,理想情况下最优无量纲阻尼比所对应的最优无量纲阻尼系数与实际情况下的最优无量纲阻尼系数并不相等,所以在实际设计中,如果按照理想状态下的曲线来确定阻尼器的阻尼系数,实际得到的阻尼比为0.43,为理想状态下的83%.如需对多阶模态同时达到较好的效果,可实现的阻尼比还会进一步降低.

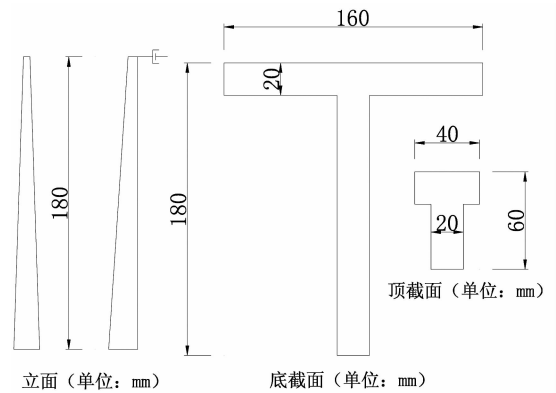


图10 钢支架示意图

Fig. 10 Schematic of damper support

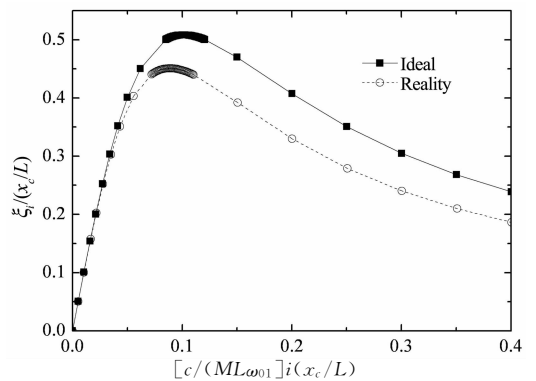


图11 理想状态下与实际情况的无量纲阻尼比曲线  
Fig. 11 Dimensionless damping ratio curve in ideal and real condition

## 4 主要结论

建立了吊索-阻尼器-支架系统的运动微分方程,采用有限差分方法,对该系统进行了自由振动分析,得到如下主要结论:

1) 阻尼器支架刚度较小时,可实现的最优无量纲阻尼比远小于0.5,且各阶模态的无量纲阻尼比曲线不一致,不能采用统一的无量纲阻尼比曲线来设计阻尼器参数.

2)随着阻尼器支架刚度的减小,能实现的最优阻尼比减小,最优阻尼系数也减小,严重影响阻尼器效率。

3)阻尼器支架的模态质量对阻尼器效率影响很小。

## 参考文献

- [1] LI Shouying, CHEN Zhengqing, WU Teng, *et al.* On the rain-wind induced in-plane and out-of-plane vibrations of stay cables[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2013, 139(12): 1688–1698.
- [2] 李寿英,顾明,陈政清. 运动水线三维连续弹性拉索风雨激振理论模型[J]. *湖南大学学报:自然科学版*, 2009, 36(2): 1–7.  
LI Shouying, GU Ming, CHEN Zhengqing. An analytical model of rain-wind-induced vibration of three-dimensional continuous stay cable with actual moving rivulet[J]. *Journal of Hunan University: Natural Sciences*, 2009, 36(2): 1–7. (In Chinese)
- [3] MATSUMOTO M, YAGI T, SHIGEMURA Y, *et al.* Vortex-induced cable vibration of cable-stayed bridges at high reduced wind velocity[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2001, 89(7/8): 633–647.
- [4] SIMIU E, SCANLAN R H. *Wind effect on structures: An introduction to wind engineering* [M]. New York: Wiley, 1978: 105–107.
- [5] 陈政清,雷旭,华旭刚,等. 大跨度悬索桥吊索减振技术研究与应用[J]. *湖南大学学报:自然科学版*, 2016, 43(1): 1–10.  
CHEN Zhengqing, LEI Xu, HUA Xugang, *et al.* Research and application of vibration control method for hanger cables in long-span suspension bridge[J]. *Journal of Hunan University: Natural Sciences*, 2016, 43(1): 1–10. (In Chinese)
- [6] BOSDOGIANNI A, OLIVARI D. Wind- and rain- induced oscillations of cable of stayed bridge[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1996, 64(2/3): 171–185.
- [7] YAMAGUCHI K, MANABE Y, SASAKI N, *et al.* Field observation and vibration test of the Tatara Bridge[C]//*Cable-stayed Bridges-Past, Present and Future*. Sweden: IABSE Conference, 1999: 707–714.
- [8] YAMAGUCHI H, FUJINO Y. Stayed cable dynamics and its vibration control[J]. *Bridge Aerodynamic*, 1998: 235–253.
- [9] KOVACS I. Zur frage der seil-schwingungen und der seildämpfung[J]. *Bautechnik*, 1982, 59(10): 325.
- [10] PACHECO B M, FUJINO Y, SULEKH A. Estimation curve for modal damping in stay cables with viscous damper[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2014, 119(6): 1061–1079.
- [11] KRENK S. Vibrations of a taut cable with an external damper [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2000, 67(4): 772.
- [12] 王修勇,陈政清,倪一清. 斜拉桥拉索风雨振观测及其控制[J]. *土木工程学报*, 2003, 36(6): 53.  
WANG Xiuyong, CHEN Zhengqing, NI Yiqing. Wind-rain induced vibration and its control on stay cables of cable-stayed bridges[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2003, 36(6): 53. (In Chinese)
- [13] 李寿英,顾明,陈政清,等. 阻尼器对拉索风雨激振的控制效果研究[J]. *工程力学*, 2007, 24(8): 1–8.  
LI Shouying, GU Ming, CHEN Zhengqing, *et al.* The effectiveness of dampers to rain-wind induced vibration of stay cables[J]. *Engineering Mechanics*, 2007, 24(8): 1–8. (In Chinese)
- [14] 周亚刚,孙利民. 斜拉索-三单元 Maxwell 阻尼器系统的复模态分析[J]. *同济大学学报*, 2006, 34(1): 7–12.  
ZHOU Yagang, SUN Limin. Complex modal analysis of a taut cable with three-element Maxwell damper [J]. *Journal of Tongji University*, 2006, 34(1): 7–12. (In Chinese)